

**Государственное предприятие «Украинский научно-исследовательский  
институт вагоностроения»  
(ГП «УкрНИИВ»)**

**Ю.Я. Водяников, С.Д. Речкалов, В.С. Речкалов,  
М.И. Соляник, В.В. Ильчишин**

**ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ  
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН НА СТАДИИ  
ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ  
ВОЗДЕЙСТВИИ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА  
КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ**

**Монография**

**Кременчуг 2018**

*Рекомендовано к печати научно-техническим советом  
Украинского научно-исследовательского института вагоностроения  
(протокол № 3 от 26.04.2018 г.)*

Рецензенты:

д-р техн. наук, проф. Ушкалов В.Ф.

д-р техн. наук, проф. Мартынов И.Э.

ДП «УкрНДІВ»

Оценка динамической нагруженности железнодорожных цистерн на стадии проектирования при стохастическом воздействии рельсового пути на колесные пары /Ю.Я. Водяников, С.Д.Речкалов, В.С.Речкалов, М.И.Соляник, В.В.Ильчишин/

ISBN 978-966-97716-2-9

На основе обобщенной расчетной схемы разработана методика оценки динамической нагруженности железнодорожных цистерн при воздействии случайных неровностей рельсового пути на колесные пары, при этом учитываются конструктивные особенности котла (шпангоуты со ступенчато-изменяющимся по дуге окружности поперечным сечением и ступенчато-изменяющейся толщине обечайки оболочки котла), конечная жесткость соединительных балок и тележек, существенные нелинейности гасителей колебания в рессорном подвешивании. Приведены математические модели колебаний восьмиосной и четырехосной цистерн с учетом жидкого груза и стохастического воздействия рельсового пути на колесные пары, а также расчетные зависимости для определения амплитудно-частотных характеристик, спектральных плотностей, среднеквадратических параметров, характеризующих динамическое состояние цистерны. Приведены результаты исследования для восьмиосной (модель 15-1500) и четырехосной (модель 15-1547) цистерн. Предназначена для инженерно-технических работников, связанных с расчетными и экспериментальными исследованиями единиц подвижного состава железных дорог, а также для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

УДК 625.1.03

© ДП «УкрНДІВ», 2018

ISBN 978-966-97716-2-9

## Оглавление

	стр.
<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	4
<b>Раздел 1. ВЫБОР РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ</b> .....	7
<b>Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИСТЕРНЫ С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ НАДРЕССОРНОГО СТРОЕНИЯ И УПРУГО-ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ПУТИ</b> .....	13
<b>Раздел 3. РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ</b> .....	24
3.1 Определение числа степеней свободы для котла цистерны.....	25
3.2 Вывод расчетных зависимостей для амплитудно-частотных характеристик обобщенных координат.....	26
<b>Раздел 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ</b> .....	34
<b>Раздел 5. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПЛОТНОСТИ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ</b> .....	37
<b>Раздел 6. РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЦИСТЕРНЫ</b> .....	40
<b>Раздел 7. АЛГОРИТМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ЕГО ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ</b> .....	44
7.1 Алгоритм линеаризации системы.....	44
7.2 Некоторые вычислительные аспекты, использованные в алгоритмах.....	45
<b>Раздел 8. ПРИНЯТЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНОВ ЦИСТЕРН ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО РЕЛЬСОВОМУ ПУТИ</b> .....	46
<b>Раздел 9. ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ВОСЬМИОСНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ</b> .....	51
9.1 Динамическая нагруженность котла.....	51
9.2 Динамическая нагруженность элементов соединительной балки и тележки.....	56
<b>Раздел 10. ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЧЕТЫРЕХОСНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ</b> .....	57
<b>Раздел 11. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН</b> .....	59
11.1 Назначение программного комплекса «SIS».....	60
11.2 Назначение программного комплекса «STDIN».....	61
11.3 Назначение программного комплекса «SPECTR».....	62
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	64
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	65
<b>Приложение А. ТИПЫ И МОДЕЛИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО ПАРКА</b> .....	68
<b>Приложение Б. ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНА ЦИСТЕРНЫ МОДЕЛИ 15-1500 ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ</b> .....	73
<b>Приложение В. ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНА ЦИСТЕРНЫ МОДЕЛИ 15-1547 ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ</b> .....	91

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Дальнейший этап развития железнодорожного транспорта будет характеризоваться увеличением массы и скорости движения поездов, а значит значительным повышением требований к прочностным и динамическим качествам вагонов.

Развитие энергоемких отраслей народного хозяйства вызывает значительное увеличение перевозок наливных и газообразных грузов железнодорожным транспортом. Так, в настоящее время более 350 видов народнохозяйственных грузов перевозятся в вагонах-цистернах (далее цистерны). Все это требует дальнейшего расширения и совершенствования подвижного состава для перевозки указанных грузов.

Теоретические и экспериментальные исследования, выполненные рядом научно-исследовательских институтов железнодорожного транспорта, показали, что динамика и прочность цистерн, котлы которых представляют собой достаточно гибкие несущие оболочки, во многом отличны от вагонов других типов.

В процессе эксплуатации котлы цистерн подвергаются весьма интенсивным и сложным воздействиям, приводящим к появлению трещин в отдельных элементах. Основной причиной этих разрушений, как показано в работе Осипова Т.А., являются интенсивные изгибные колебания котла. Очевидно, при проектировании таких конструкций необходим предварительный тщательный динамико-прочностной анализ. Вместе с тем испытания натурных образцов требуют уникального исследовательского оборудования больших материальных затрат и времени и часто не позволяют изменять параметры в широких пределах. Это вызывает необходимость в проведении более детальных теоретических исследований, создании более полных расчетных схем, учитывающих различные особенности конструкции, разработке углубленных математических моделей, находящихся в условиях динамического стохастического воздействия и требующих применения методов статистической динамики. Поэтому в последние годы получили дальнейшее развитие методы расчета конструкций, основанных на применении теории вероятностей и теории случайных процессов, что позволило более точно описать реальные внешние воздействия. При этом большой вклад в разработку современных методов по оценке динамической нагруженности конструкций подвижного состава внесли труды таких ученых как М. Ф. Вериге, В. Ф. Ушкалов, В. Д. Хусидов, А. А. Камаев, И. И. Челноков, В. Н. Данилов, А. А. Львов, Е. Н. Никольский, Л. Н. Никольский, М. М. Соколов, Л. А. Кальницкий, В. А. Лазарян, И. К. Казаков и др.

Характерной чертой большинства последних работ в области статистической динамики рельсовых экипажей является представление надрессорного строения экипажа в виде абсолютно твердых тел, либо в виде упругой балки. В этом случае из теоретического расчета полностью исключаются изгибные колебания надрессорного строения как упругой пространственной конструкции. В результате на этапе проектирования невозможно оценить уровни, частотный состав и распределение по конструкции динамических напряжений, что необходимо при расчете элементов кузова на усталостную прочность и надежность.

Решение вопроса оценки работоспособности надрессорного строения экипажа и, в частности, котла цистерны в условиях стохастического нагружения позволяет на стадии проектирования установить такие окончательные параметры несущих элементов котла, при которых будут обеспечены надлежащая усталостная прочность и, следовательно, надежность.

Использование традиционных подходов, сводящихся к введению динамических коэффициентов, не дает возможности учесть специфику поведения конструкции при различных условиях нагружения.

Рельсовый экипаж и железнодорожный путь представляют единую динамическую систему, состоящую из упругих тел и полубесконечной среды, соединенных деформируемыми элементами. Теоретические исследования динамических процессов для такой системы, которая совершает пространственные колебания, связаны с определенными математическими трудностями вследствие высокого порядка математической модели, наличия существенных нелинейных элементов. Поэтому при решении каждой конкретной задачи или класса задач, требуется предварительная оценка необходимой степени детализации определенных элементов конструкции с учетом ее особенности, а также с точки зрения необходимости изучения некоторых ее динамических характеристик. Так, например, для учета изгибной жесткости кузова, надрессорное строение может моделироваться в виде упругой балки с распределенной массой или с дискретно расположенными сосредоточенными массами, системой перекрестных балок с массами, сосредоточенными в узлах, пластинчато-стержневой и пространственной стержневой системой со сосредоточенными массами.

Для вагонов с несущим кузовом в виде подкрепленной оболочки использование балочной расчетной схемы дает возможность достаточно точно определить лишь низшие частоты собственных колебаний. Вместе с тем, заметные деформации оболочки котла цистерны проявляются при частотах, превышающих низшие частоты, что обуславливает необходимость их исследования с применением пространственных оболочечных расчетных схем.

Большинство работ, появившихся за последнее время по динамике ребристых оболочек, посвящено разработке методов определения собственных частот колебаний. В настоящее время определены и подробно изучены собственные частоты колебаний шарнирно опертых по торцам круговых замкнутых цилиндрических оболочек, усиленных продольными либо кольцевыми ребрами [1-7 и др.].

Наиболее полные исследования проведены на основе решений, представленных в виде двойных тригонометрических рядов. В работах [5, 8] для решения задач о собственных колебаниях цилиндрических и ко-

нических шарнирно опертых оболочек использован энергетический метод при одночленной аппроксимации перемещений.

В ряде работ [7, 9] на основе асимптотического метода, аналогично развитому в работе [10], получены приближенные частотные уравнения и весьма простые расчетные формулы, позволяющие находить значения минимальных собственных частот колебаний с достаточно высокой точностью.

К наиболее фундаментальным работам по динамике оболочек следует отнести монографию [11], в которой автор использует техническую моментную теорию В. З. Власова, решение осуществляется на основе применения вариационных методов Бубнова-Галеркина. Идея применения вариационных методов нашла отражение в большинстве работ [12-16], что объясняется сравнительной простотой и достаточной для практики точностью получения решения.

Применительно к колебаниям котлов железнодорожных цистерн посвящены работы [17-26]. В этой связи следует отметить работы [25, 26], в которых разработана методика расчета котлов цистерн, базирующаяся на гипотезах полубезмоментной теории оболочек, расчетные зависимости выводятся на основе метода Ритца, которые получены на основе реализации вариационных принципов в форме метода перемещений с использованием классических формул метода конечных элементов.

Сложность расчета вынужденных колебаний цистерн определяется наличием жидкого груза. Исследования, проведенные ВНИИЖТом [19, 21, 27] и МИИТом [17, 25] показали, что динамика вагонов с жидким грузом представляет сложный процесс, во многом отличающийся от колебаний вагонов с неподвижным грузом. При этом волновые процессы на свободной поверхности жидкого груза могут воздействовать на процесс колебаний вагона [28].

Известно, что реальное нагружение рельсового экипажа является случайным. Несмотря на это долгое время подход к решению задачи взаимодействия экипажа и пути оставался детерминистическим, ввиду сложности решения задач динамики в статистической постановке и необходимости переработки при этом большого объема информации.

Общие методы исследования стохастических процессов созданы А. Н. Колмогоровым [29, 30], А. Я. Хинчиным [31]. Дальнейшую разработку они получили в трудах В. В. Солодовникова [32, 33], В. С. Пугачева [34], Е. С. Вентцель [13], Н. А. Лифшица [35], Дж. Х. Лэнинга и Р. Г. Бэтина [36], В. В. Болотина [37], Г. Дженкинса и Л. Ваттса [38], В. А. Светлицкого [39], А. А. Свешникова [40] и др.

Решающим шагом в области применения статистических методов к вопросам динамики рельсовых экипажей явился труд М. Ф. Вериги [41], в котором он дает теоретико-вероятностный метод расчета вертикальных сил, возникающих при воздействии рельса на колесо. При рассмотрении колебаний наддрессорного строения М. Ф. Вериги приходит к выводу, что вероятностный закон распределения мгновенных значений амплитуд колебаний наддрессорного строения экипажа является распределением Гаусса.

В работе [42] обосновывается вероятностный метод подхода к решению задач о колебаниях наддрессорного строения при стохастическом задании возмущающей силы и показывает, что зная спектральную плотность воздействия (как характеристику) пути и амплитудно-фазовую характеристику экипажа (как характеристику динамической системы), вопрос о колебаниях наддрессорного строения при стохастическом воздействии становится вполне разрешимым.

Следует отметить работу М.Ф. Вериги и А. Я. Когана [27], в которой на основании многолетних исследований авторами обобщены фундаментальные исследования взаимодействия пути и подвижного состава. Показано, что процессы взаимодействия сводятся к взаимосвязанным случайным колебаниям различных элементов пути и транспортного средства, которые необходимо рассматривать как единую механическую систему «экипаж-путь».

Обобщая изложенный материал, можно сделать следующие выводы:

- традиционные методы оценки динамической нагруженности котлов цистерн с помощью динамических коэффициентов не позволяют учесть специфику поведения конструкции при воздействии динамических нагрузок;
- при определенных условиях на изгибные колебания котла могут оказывать влияние волновые процессы на поверхности жидкости;
- воздействие со стороны рельсового пути на экипаж является случайным, что требует применения статистических методов решения задач динамики;

Существенной особенностью грузовых вагонов является наличие фрикционных демпферов колебаний, которые имеют ярко выраженную нелинейную характеристику сухого трения. Для описания сухого трения в этих демпферах, как правило, используется закон Кулона [43]:

$$H(\dot{q}) = H \cdot \text{sign}(\dot{q}),$$

где  $H$  - величина силы сухого трения;

$\dot{q}$  - относительная скорость трущихся поверхностей.

Следовательно, реальная математическая модель вертикальных колебаний вагона будет описываться системой нелинейных дифференциальных уравнений.

Постановка решения задачи по исследованию нагруженности котлов железнодорожных цистерн в условиях стохастического динамического воздействия на стадии проектирования может быть сформулирована следующим образом: разработать математическую модель и алгоритм оценки динамических напряжений в котле цистерны с учетом ее конструктивных особенностей, рассматривая колебания объединенной системы «экипаж-путь», на вход которой подаются случайные возмущения, обусловленные неровностями железнодорожного пути, энергетический спектр которых считается известным при этом учесть существенную нелинейность динамической системы.

## РАЗДЕЛ 1

### ВЫБОР РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

В настоящее время в эксплуатации находятся более 50 типов и моделей железнодорожных цистерн (Приложение А), которые различаются по типу: общего назначения — для перевозки нефтепродуктов и специальные — для определённых видов грузов; по конструкции: цистерны, имеющие раму, и цистерны безрамной конструкции, а также со шпангоутами и без них; по числу осей: четырёхосные и восьмиосные; по емкости перевозимого груза: от 60 тонн до 125 тонн. Поэтому расчетная схема будет определяться в первую очередь конструктивными особенностями каждой исследуемой цистерны.

Для апробации методики расчетных исследований и конкретизации расчетной схемы в качестве объектов исследования динамической нагруженности были приняты: восьмиосная цистерна модели 15-1500 (рис. 1.1, 1.2) и четырёхосная модели 15-1547 (рис. 1.3, 1.4), предназначенные для перевозки светлых нефтепродуктов. Краткая техническая характеристика вышеупомянутых цистерн приведена в таблицах 1.1 и 1.2.



Рисунок 1.1 – Восьмиосная цистерна модели 15-1500

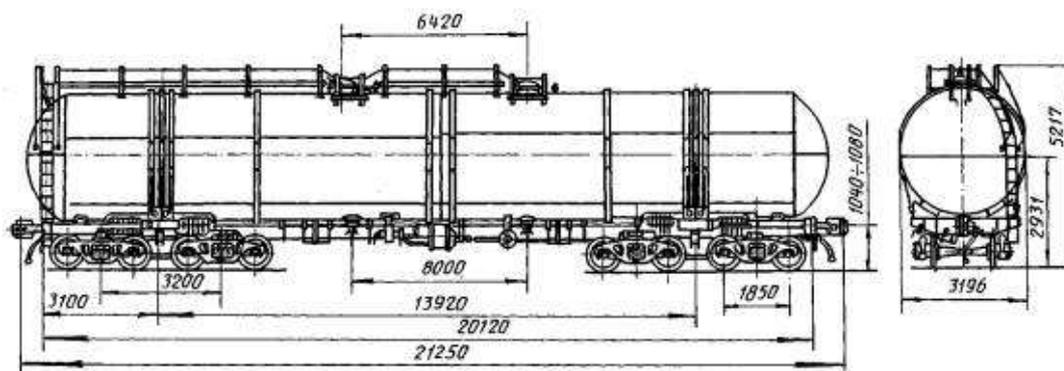


Рисунок 1.2 – Габаритные размеры восьмиосной цистерны модели 15-1500



Рисунок 1.3 – Четырехосная цистерна модели 15-1547

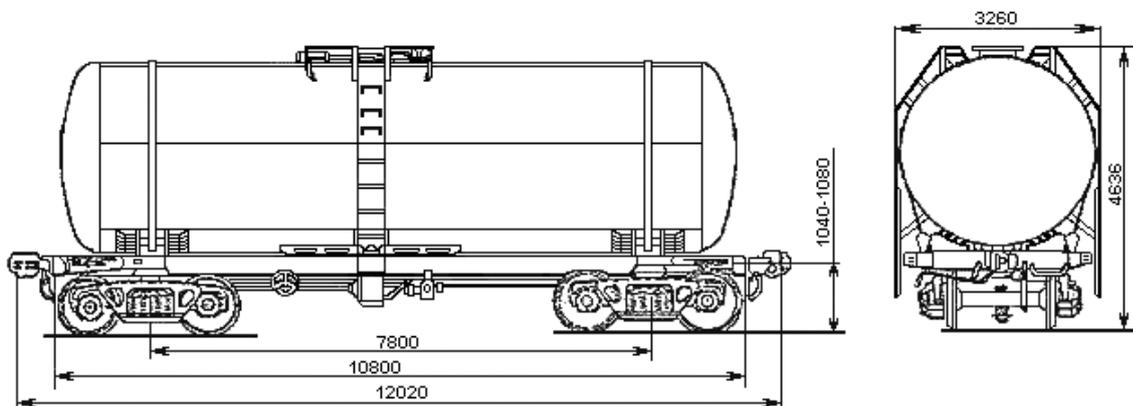


Рисунок 1.4 – Габаритные размеры четырехосной цистерны модели 15-1547

Таблица 1.1 Краткая техническая характеристика вагона цистерны модели 15-1500

Наименование	Характеристика
1	2
Тип вагона	Цистерна 8-осная для перевозки светлых нефтепродуктов с объемом котла 161,6 куб.м
Особенность модели	С универсальным сливным прибором, 2-мя верхними люками, нефтебензиновая
Учётная специализация модели	бензин-нефть
Материал кузова	09Г2С, 09Г2Д, 09Г2, 09Г2СД-12
Тележка	18-100

Конец таблицы 1.1

1	2
Осноть вагона	8
Ширина колеи	1520 мм
Конструкционная скорость	120 км/ч
Тара вагона (минимальная)	49,9 т
Тара вагона (максимальная)	52,9 т
Грузоподъёмность	125,0 т
Объём котла	161,6 м <sup>3</sup>
Максимальная расчетная статическая нагрузка от колесной пары на рельсы	215,8 кН
Максимальная расчетная погонная нагрузка	81,2 кН/м
База вагона	13920 мм
Диаметр котла внутренний	3200 мм
Длина котла наружная	20650 мм
Количество верхних люков	2
Условное рабочее давление в котле (по регулировке предохранительного клапана)	0,15 МПа
Давление, создаваемое в котле при гидравлическом испытании	0,4 МПа
Наличие предохранительно-впускного клапана	есть
Количество наружных лестниц	2
Количество внутренних лестниц	1
Удельный объём	1,25 м <sup>3</sup> /т
Способ налива	верхний
Способ слива	нижний самотеком
<b><i>Наружные размеры вагона</i></b>	
Высота от уровня головки рельса	5217 мм
Максимальная ширина	3234 мм
Габарит по ГОСТ 9238-2013	1-Т
Длина по осям автосцепок	21250 мм
Длина по раме	20120 мм
Высота автосцепки от уровня головки рельса	1040÷1080 мм
Нормативный срок службы	32 года

Таблица 1.2 Краткая техническая характеристика вагона цистерны модели 15-1547

Наименование	Характеристика
Тип вагона	Цистерна 4-осная для перевозки бензина
Особенность модели	с универсальным сливным прибором, нефтебензиновая
Учётная специализация модели	бензин-нефть
Материал кузова	09Г2С, 09Г2Д, 09Г2, 09Г2СД-12
Тележка	18-100
Осность вагона	4
Ширина колеи	1520 мм
Конструкционная скорость	120 км/ч
Тара вагона (минимальная)	24,0 т
Тара вагона (максимальная)	25,5 т
Грузоподъёмность	68,0 т
Объём	85,6 м <sup>3</sup>
Максимальная расчетная статическая нагрузка от колесной пары на рельсы	229,3 кН
Максимальная расчетная погонная нагрузка	75,7 кН/м
База вагона	7800 мм
Диаметр котла внутренний	3200 мм
Длина котла наружная	11194 мм
Количество верхних люков	1
Условное рабочее давление в котле (по регулировке предохранительного клапана)	0,15 МПа
Давление, создаваемое в котле при гидравлическом испытании	0,39 МПа
Удельный объём	1,26 м <sup>3</sup> /т
<b>Наружные размеры вагона</b>	
Высота от уровня головки рельса	4670 мм
Максимальная ширина	3258 мм
Габарит по ГОСТ 9238-2013	1-ВМ
Длина по осям автосцепок	12020 мм
Длина по раме	11480 мм
Высота автосцепки от уровня головки рельса	1040÷1080 мм
Нормативный срок службы	32 года

Котлы железнодорожных цистерн представляют замкнутые цилиндрические оболочки, закрытые с торцов эллиптическими днищами. Основными особенностями таких конструкций является то, что в отличие от пластин и стержней, для которых наименьшие собственные частоты соответствуют формам колебаний без

узловых линий, в оболочках, закрепленных так, что деформация их невозможна без растяжения срединной поверхности, наименьшие частоты имеют форму колебаний с узловыми линиями. Это объясняется тем, что форма колебаний без узловых линий связана со значительными деформациями срединной поверхности котла. Кроме того, как показали ранее проведенные теоретические и экспериментальные исследования [25, 26, 44], собственные частоты колебаний котла как цилиндрической оболочки соизмеримы с собственными частотами необрессоренных частей вагона, в частности тележек, что приводит к необходимости учитывать их конечную жесткость. Указанные особенности определяют выбор расчетной схемы вагона цистерны.

Исходя из изложенного, расчетная схема восьмьюосной цистерны представлена в виде составной механической системы (рис.1.5) состоящей из основной подсистемы (котел), подсистемы второго (соединительные балки) и третьего (тележки) ярусов, четырехосная – в виде основной подсистемы (котел) и подсистемы нижнего яруса (тележки) (рис.1.6). Расчетная схема содержат ряд элементов (упруго-диссипативный путь), через которые на подсистемы нижних ярусов (тележки) передаются кинематические случайные возмущения (неровности рельсового пути). За обобщенные координаты принимаются радиальные перемещения оболочки (рассматривается полубезмоментная теория оболочек) и вертикальные перемещения сосредоточенных масс соединительных балок и тележек.

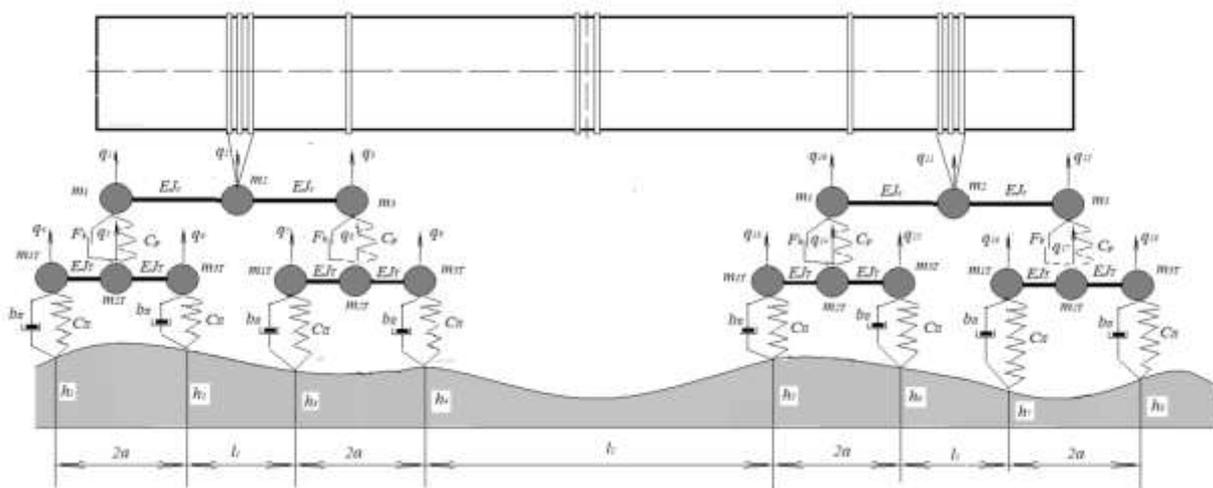


Рисунок 1.5- Расчетная схема 8-осного вагона-цистерны

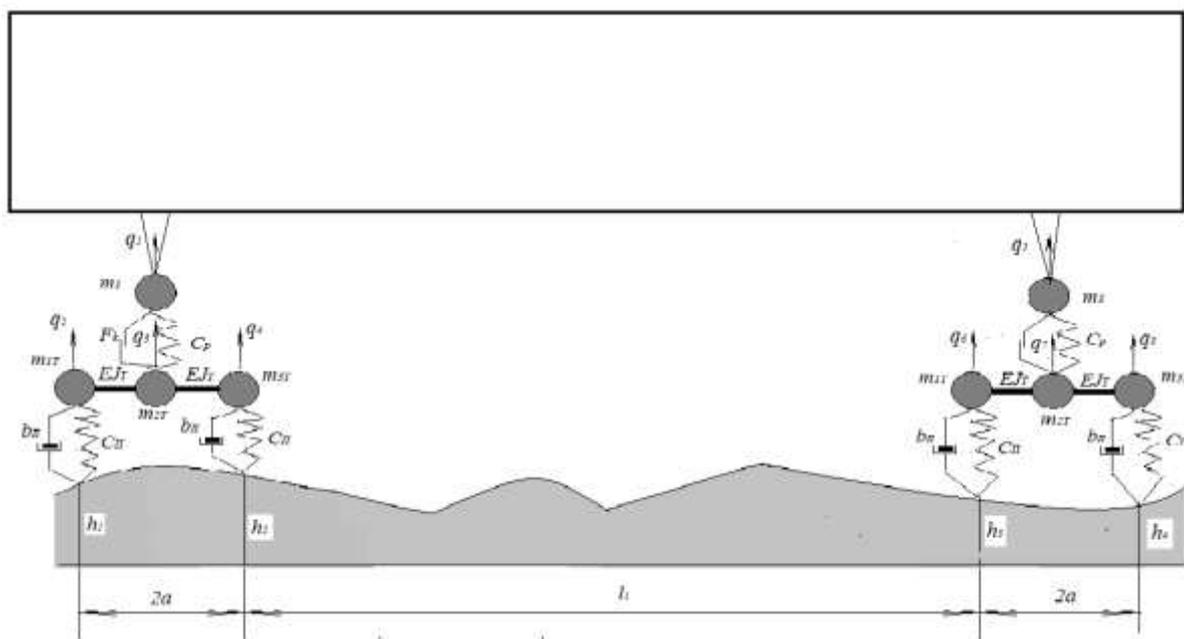


Рисунок 1.6 - Расчетная схема 4-осного вагона-цистерны

Учитывая, что причиной зарождения и развития усталостных трещин, возникающих в элементах конструкции, являются интенсивные изгибные колебания [18], исследуются вынужденные колебания в продольной вертикальной плоскости симметрии. При этом котел цистерны аппроксимируется упругой тонкостенной цилиндрической оболочкой переменной толщины, опирающейся на идеальные диафрагмы и подкрепленной набором шпангоутов (при их наличии) с переменными жесткостными параметрами поперечного сечения. Упругость опоры котла учитывается путем аппроксимации ее шпангоутами переменного сечения, а детали подвешивания на котел – сосредоточенными массами. Соединительные балки и элементы тележек представлены упругими балками, массы которых сосредоточены в дискретно расположенных узлах.

При исследовании колебаний цистерны принимаются следующие допущения относительно физических свойств конструкции:

- Жесткость котла при ограниченной величине деформации остается постоянной;
- Демпфирование колебаний оболочки слабое;
- Параметры системы не изменяются с течением времени;
- Котел полностью заполнен жидким грузом, что позволяет упростить решение задачи и не рассматривать волновые процессы на поверхности жидкости.

Допущение о малости демпфирования не вносит существенных погрешностей, так как логарифмический декремент затухания для котла не превышает 0,1-0,3 [28].

## РАЗДЕЛ 2

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИСТЕРНЫ С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ НАДРЕССОРНОГО СТРОЕНИЯ И УПРУГО- ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ПУТИ

При выводе дифференциальных уравнений, описывающих вертикальные колебания вагона, полагается:

- ✓ элементы рессорного подвешивания невесома;
- ✓ жесткости элементов подвешивания пропорциональны статическим нагрузкам на них;
- ✓ колесные пары движутся по упругому пути с постоянной скоростью;
- ✓ боковые колебания функционально не связаны с вертикальными;
- ✓ рассматривается движение вагона на прямом участке пути без силы тяги (в режиме выбега).

Для получения дифференциального уравнения колебаний цистерны используется уравнение Лагранжа второго рода [45]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2.1)$$

где  $T$ ,  $\Pi$ ,  $\Phi$  - кинетическая, потенциальная энергии и функция рассеяния системы;

$q_i$ ,  $Q_i$  - компоненты векторов обобщенных координат и обобщенных сил, не обладающих потенциалом.

Кинетическая и потенциальная энергии динамической системы определяются как сумма кинетических и потенциальных энергий конструктивных элементов цистерны.

При определении потенциальной и кинетической энергий для котла используется методика расчета динамических характеристик котлов цистерн, разработанная в МИИТе [26, 46], которая базируется на гипотезе полубезмоментной теории оболочек, а расчетные зависимости выводятся на основе метода Ритца.

С учетом расчетной схемы котла поле радиальных перемещений точек срединной поверхности оболочки задается рядом:

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{m,n}(t) \cdot \sin(\lambda \cdot x) \cdot \cos(n \cdot \beta), \quad (2.2)$$

где  $W_{m,n}(t)$  - коэффициенты ряда, зависящие от времени  $t$ ;

$$\lambda = \frac{m \cdot \pi}{L}, \quad (2.3)$$

здесь  $m$  - номер члена ряда при разложении перемещения вдоль образующей оболочки;

$L$  - длина цилиндрической части оболочки;

$x$  - координата, отсчитываемая от левой опорной диафрагмы вдоль котла;

$n$  - номер члена ряда при разложении перемещения по дуге оболочки;

$\beta$  - угловая координата, отсчитываемая против движения часовой стрелки от нижнего конца вертикального диаметра.

Используя геометрические гипотезы полубезмоментной теории оболочек:

$$\xi_2 = \frac{\partial v}{R \cdot \partial \beta} + \frac{W}{R} = 0 \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{\partial u}{R \cdot \partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (2.4)$$

где  $\xi_2$  - относительное удлинение в кольцевом направлении;

$v$  - тангенциальное перемещение точек срединной поверхности оболочки;

$\gamma$  - относительный сдвиг срединной поверхности;

$u$  - продольное перемещение точек срединной поверхности;

$R$  - радиус срединной поверхности,

поле перемещений цилиндрической части котла запишется в виде следующего вектора перемещений:

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} \sin(\lambda \cdot x) \cdot \cos(n \cdot \beta) \\ -R \cdot \frac{\lambda}{n^2} \cdot \sin(\lambda \cdot x) \cdot \cos(n \cdot \beta) \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

а матрица жесткости - путем минимизации потенциальной энергии деформации

$$[r] = \int_v [B]^T \times [D] \times [B] dv, \quad (2.6)$$

где  $[B]$ - матрица поля деформаций,

$$[B] = \begin{vmatrix} \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sin(\lambda \cdot x) \cdot \cos(n \cdot \beta) \\ -R \frac{\lambda}{n^2} \cos(\lambda \cdot x) \cdot \cos(n \cdot \beta) \end{vmatrix}, \quad (2.7)$$

$[D]$ - матрица коэффициентов жесткости:

$$[D] = \begin{vmatrix} \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 + \mu^2)} & 0 \\ 0 & \frac{E \cdot h}{1 - \mu} \end{vmatrix}, \quad (2.8)$$

Для оболочки котла с переменной по дуге окружности толщиной обечаек, матрица жесткости имеет вид:

$$[r]_0 = \int_0^L \left( \sum_K \int_{\beta_k} ([B]_K^T \times [D]_K \times [B]_K \times R \cdot d\beta) \cdot dx, \quad (2.9)$$

где  $[D]_K$  - матрица жесткости  $k$ -ой панели;

$\beta_K$  - угловая ширина  $k$ -ой панели, определяемая как разность угловых координат верхней и нижней кромок панели.

Поле перемещений для  $i$ -го шпангоута, при условии, что он испытывает изгиб только в своей плоскости, определяется выражением:

$$\vec{W}_{lli} = |\sin(\lambda \cdot x_i) \cdot \cos(n \cdot \beta)| \times \vec{W}_{m,n}(t), \quad (2.10)$$

где  $x_i$  - координата установки шпангоута.

Матрица жесткости для  $i$ -го шпангоута со ступенчато изменяющимся по окружности поперечным сечением, по аналогии с формулой (2.9), определится выражением:

$$[r]_{lui} = \sum_l \left( \int_{R\beta_0} [B]_{lui}^T \times [D]_{li} \times [B]_{lui} \times R \cdot d\beta, \quad (2.11)$$

где  $l$  - число участков, на которые разбит шпангоут;

$[D]_{li}$  - жесткость  $l$ -го участка шпангоута,

$$[D]_{li} = |E \cdot J_{\partial ui}|, \quad (2.12)$$

$R\beta_l$  - длина  $l$ -го участка шпангоута.

Матрица жесткости оболочки котла, с учетом дискретного подкрепления ее шпангоутами, будет равна сумме:

$$[r]_k = [r_0] + \sum_i [r]_{lui}, \quad (2.13)$$

а потенциальная энергия котла со шпангоутами запишется в виде:

$$\Pi_k = \{W_{m,n}\}^T \times [r]_k \times \{W_{m,n}\}. \quad (2.14)$$

При выводе кинетической энергии предполагается, что кинетическая энергия оболочки ( $T_0$ ), шпангоутов ( $T_{ш}$ ), а также сосредоточенных масс ( $T_M$ ), установленных на котле цистерны, определяются скоростями радиальных перемещений [26]:

$$T_0 = \int_0^L \left( \sum_K \int_{\beta_k} \frac{\gamma \cdot h_k}{2 \cdot g} \dot{W}^2 \cdot R \cdot d\beta \right) dx, \quad (2.15)$$

$$T_{ui} = \sum_i \sum_l \int_{\beta_l} \frac{\gamma \cdot F_{li}}{2 \cdot g} \dot{W}_i^2 \cdot R \cdot d\beta, \quad (2.16)$$

$$T_M = \sum_j \frac{1}{2} \cdot M_j \cdot \dot{W}_j^2, \quad (2.17)$$

Расчетные зависимости кинетической энергии для жидкого груза получены из условия, что жидкость идеальная, полностью заполняет котел, на поверхности контакта оболочки и жидкости соблюдается условие непроницаемости, колебания жидкости малые и, кроме того, в центре жидкой фазы колебания отсутствуют [26]:

$$T_{Ж} = \frac{R \cdot \gamma_{ж}}{2 \cdot g} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left( \sum \sum \sum W_{m,n} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} \cdot \cos(n \cdot \beta) \cdot \sin(\lambda \cdot x) \right)^2 \cdot dr \cdot d\beta \cdot dx, \quad (2.18)$$

где  $g$  - ускорение свободного падения;

$W$  - скорость движения точек срединной поверхности  $i$ -го шпангоута;

$M_j$  - масса  $j$ -ой детали, подвешенной на котле;

$\gamma_{ж}$  - удельная масса жидкости;

$r$  - текущее значение радиальной координаты.

Суммарная кинетическая энергия котла вагона равна сумме кинетических энергий элементов, относящихся к котлу:

$$T_k = T_0 + T_{ш} + T_M + T_{ж}, \quad (2.19)$$

Расчетные зависимости для потенциальной и кинетической энергий соединительных балок и тележек получим на основе метода конечных элементов (МКЭ). Для этого каждый из рассмотренных элементов представим в виде двух участков с тремя массами, размещенными в середине и по концам каждого из участков (рис. 2.1). За обобщенные координаты принимаются вертикальные перемещения и углы поворота (рис. 2.2).

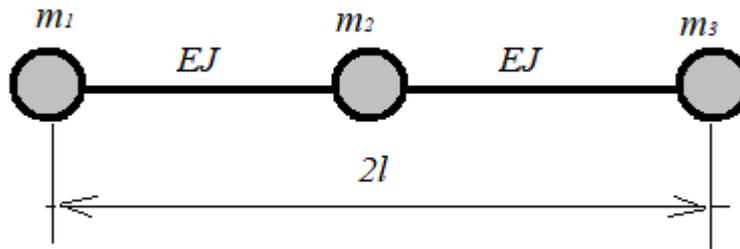


Рисунок 2.1 – Конечно-элементное представление соединительных балок и тележек

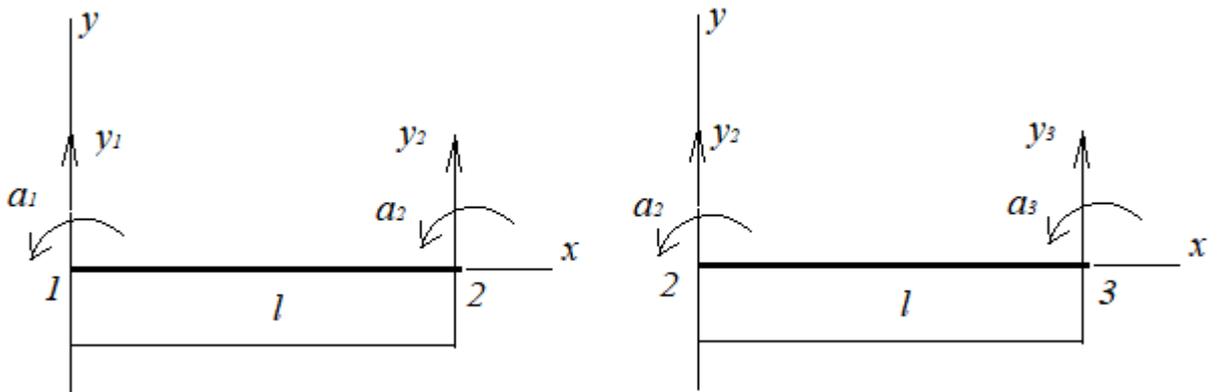


Рисунок 2.2 – Обобщенные координаты участков

Кинетическая и потенциальная энергии динамической системы представляется в виде квадратичных форм соответственно скоростей и перемещений узловых точек:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}(t)\}^T \cdot [M] \cdot \{\dot{q}(t)\}, \quad (2.20)$$

$$U = \frac{1}{2} \{q(t)\}^T \cdot [K] \cdot \{q(t)\}, \quad (2.21)$$

$\{q(t)\}, \{\dot{q}(t)\}$  - векторы узловых перемещений и скоростей;

$[M]$  - матрица масс ;

$[K]$  - матрица жесткости.

В соответствии с конечноэлементным представлением (см. рис. 2.1), матрица жесткости для соединительной балки и тележки имеет размерность шестого порядка (рис. 2.3).

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$y_1$	$\frac{12EJ}{l^3}$	$-\frac{12EJ}{l^3}$	0	$\frac{6EJ}{l^2}$	$\frac{6EJ}{l^2}$	0
$y_2$	$-\frac{12EJ}{l^3}$	$\frac{24EJ}{l^3}$	$-\frac{12EJ}{l^3}$	$-\frac{6EJ}{l^2}$	0	$\frac{6EJ}{l^2}$
$y_3$	0	$-\frac{12EJ}{l^3}$	$\frac{12EJ}{l^3}$	0	$-\frac{6EJ}{l^2}$	$-\frac{6EJ}{l^2}$
$a_1$	$\frac{6EJ}{l^2}$	$-\frac{6EJ}{l^2}$	0	$\frac{4EJ}{l}$	$\frac{2EJ}{l}$	0
$a_2$	$\frac{6EJ}{l^2}$	0	$-\frac{6EJ}{l^2}$	$\frac{2EJ}{l}$	$\frac{8EJ}{l}$	$\frac{2EJ}{l}$
$a_3$	0	$\frac{6EJ}{l^2}$	$-\frac{6EJ}{l^2}$	0	$\frac{2EJ}{l}$	$\frac{4EJ}{l}$

Рисунок 2.3 – Матрица жесткости для соединительных балок и тележек.

Матрица масс при этом приобретает диагональную структуру, причем ненулевые элементы матрицы стоят только в строках, соответствующих поступательным перемещениям. Это обуславливает три динамические степени свободы, связанные с изменением координат  $q_i$ , координаты же  $\alpha_i$  (углы поворота) являются безмассовыми.

Для записи уравнений движения в обычной форме исключим из общей матрицы жесткости координаты  $\alpha_i$  по формуле [47]:

$$[K] = [K]_{q,q} - [K]_{q,a} \cdot [K]_{a,a}^{-1} \cdot [K]_{a,q}, \quad (2.22)$$

где  $[K]_{q,q}$  - фрагмент матрицы жесткости (см. рис. 2.3), определяющей узловые реакции при единичных поступательных перемещениях узлов:

$$[K]_{q,q} = \frac{12 \cdot E \cdot J}{l^3} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \quad (2.23)$$

$[K]_{a,a}$  - фрагмент матрицы жесткости (см. рис. 2.3), определяющей реактивные моменты в узлах при единичных значениях углов поворота:

$$[K]_{a,a} = \frac{2 \cdot E \cdot J}{l} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad (2.24)$$

$[K]_{q,a}$  - фрагмент матрицы жесткости (см. рис. 2.3), определяющей реактивные моменты в узлах при единичных поступательных перемещениях узлов:

$$[K]_{q,a} = \frac{6 \cdot E \cdot J}{l^2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \quad (2.25)$$

В результате подстановки формул (2.23-2.25) в формулу 2.22, получим следующие матрицы жесткости и матрицы масс:

для соединительной балки:

$$[K]^C = \frac{3 \cdot E \cdot J_C}{2 \cdot l_C^3} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad (2.26)$$

$$[M]^C = \begin{vmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{vmatrix}, \quad (2.27)$$

для тележки

$$[K]^{TEL} = \frac{3 \cdot E \cdot J_T}{2 \cdot a^3} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad (2.28)$$

$$[M]^{TEL} = \begin{vmatrix} m_{T1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{T2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{T3} \end{vmatrix}, \quad (2.29)$$

где  $2l_C$  - длина соединительной балки;

$2a$  - база тележки;

$J_C, J_T$  - эквивалентные моменты инерции поперечного сечения соответственно соединительной балки и тележки.

Потенциальная энергия, обусловленная деформациями рессорных комплектов тележки и упругостью рельсового пути, определится выражением:

$$\begin{aligned} U_{p,n} = & \frac{1}{2} C_p (q_1 - q_5)^2 + \frac{1}{2} C_p (q_3 - q_8)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_4 - \eta_1)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_6 - \eta_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} C_n (q_7 - \eta_3)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_9 - \eta_4)^2 + \frac{1}{2} C_p (q_{10} - q_{14})^2 + \frac{1}{2} C_p (q_{12} - q_{17})^2 + \\ & + \frac{1}{2} C_n (q_{13} - \eta_5)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_{15} - \eta_6)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_{16} - \eta_7)^2 + \frac{1}{2} C_n (q_{18} - \eta_8)^2, \end{aligned} \quad (2.30)$$

где  $C_p$  - жесткость рессорных комплектов тележек;

$C_n$  - жесткость рельсового пути;

$q_i$  - обобщенные координаты;

$\eta_i$  - неровности рельсового пути.

Потенциальная и кинетическая энергии динамической системы определяются как сумма потенциальных и кинетических энергий, составляющих систему элементов:

$$U = \frac{1}{2} \{W\}^T \times [r] \times \{W\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{q\}_{Ci}^T \times [K]_{Ci}^c \times \{q\}_{Ci} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \{q\}_{Ti}^T \times [K]_{Ti}^{TEII} \times \{q\}_{Ti} + U_{Pn}, \quad (2.31)$$

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{W}\}^T \times [t] \times \{\dot{W}\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{\dot{q}\}_{Ci}^T \times [M]_{Ci} \times \{\dot{q}\}_{Ci} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \{\dot{q}\}_{Ti}^T \times [M]_{Ti} \times \{\dot{q}\}_{Ti}, \quad (2.32)$$

где  $m, n$  - количество соединительных балок и тележек.  
Функция рассеивания определяется по формуле:

$\Phi = \frac{1}{2} \beta_n (q_4 - \eta_1)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_6 - \eta_2)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_7 - \eta_3)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_9 - \eta_4)^2 +$ $+ \frac{1}{2} \beta_n (q_{13} - \eta_5)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_{15} - \eta_6)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_{16} - \eta_7)^2 + \frac{1}{2} \beta_n (q_{18} - \eta_8)^2,$	(2.33)
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------

где  $\eta_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ) – неровность рельсового пути, соответствующие колесным парам;

Обобщенные силы  $Q_i$  равны силам сухого трения в гасителе колебаний тележек:

$$Q_i = F_i \times S_{ign}(\Delta \dot{q}_i), \quad (2.34)$$

где  $i$  - номер тележки;

$F_i$  - сила сухого трения  $i$ -ой тележки.

$$F_i = R_e \cdot \varphi, \quad (2.35)$$

Здесь  $R_e$  - вертикальна нагрузка, приходящаяся на одну тележку;

$\varphi$  - коэффициент относительного трения;

$\Delta \dot{q}_i$  - скорость деформации рессорного комплекта от положения равновесия.

Вводя силы  $P_1$  и  $P_2$ , отображающие взаимодействие котла с соединительными балками, и после подстановки формул для кинетической и потенциальной энергий в уравнение (1), получим следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений, которую запишем в матричном виде:

$$\begin{aligned} [tk] \{\ddot{W}_{m,n}(t)\} + [r] \{W_{m,n}(t)\} &= \{P_1(t), P_2(t)\}; \\ [M]_{I'} \{\ddot{q}(t)\}_{I'} + [\beta]_{I'} \times \{\dot{q}\}_{I'} + [K]_{I'} \times \{q\}_{I'} + [C]_{I'} \times \{q(t)\}_{I'} + [F]_{I'} &= \{Q(t)\}_{I'}; \\ [M]_{II'} \{\ddot{q}(t)\}_{II'} + [\beta]_{II'} \times \{\dot{q}\}_{II'} + [K]_{II'} \times \{q(t)\}_{II'} + [C]_{II'} \times \{q(t)\}_{II'} + [F]_{II'} &= \{Q(t)\}_{II'}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

где  $[tk], [r]$  - матрицы инерции и жесткости котла как подкрепленной шпангоутами упругой оболочки;

$P_1, P_2$  - вектор динамических сил взаимодействия котла с соединительными балками;

$[M]_{I(II)}$  - объединенная матрица масс соединительной балки и двух тележек;

$[\beta]_{I(II)}$  - матрица демпфирования;

$[K]_{I(II)}$  - объединенная матрица жесткости соединительной балки и двух тележек;

$[C]_{I(II)}$  - объединенная матрица жесткости рессорного подвешивания тележек и рельсового пути;

$[F]_{I(II)}$  - матрица нелинейных преобразований, обусловленная нелинейными элементами в рессорном подвешивании тележек;

$\{Q(t)\}_{I(II)}$  - векторы силовых воздействий, являющихся внешними к подсистемам второго и третьего яруса;

$\{q(t)\}_{I(II)}$  - векторы обобщенных координат;

$I(II)$  - номера пятниковых узлов.

Первое уравнение системы (2.36) описывает изгибные колебание котла, второе и третье - соединительных балок и соответствующих им тележек.

Для нелинейных преобразований  $F_i$  используется метод статической линеаризации. При этом предполагается, что закон распределения входного процесса при нелинейной системе не меняется и что математическое ожидание стационарного входного сигнала равно нулю ( $M_f = 0$ ). Так как рассматриваются колебания отно-

сительного статического равновесия, то полагаем также, что математическое ожидание обобщенных координат равно нулю ( $M_q = 0$ ). Статистические коэффициенты усиления ( $\beta_{si}$ ) приближенно определяются в предположении о нормальном законе распределения по формуле [43]:

$$\beta_{si} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times \frac{F_i}{\sigma \cdot \Delta \dot{q}_i}, \quad (2.37)$$

где  $\sigma$  - среднеквадратическое значение относительной скорости перемещения трущихся поверхностей.

Производя замену нелинейных членов в системе дифференциальных уравнений (2.33) линейным по формуле:

$$F_i \times \text{Sign}(\Delta \dot{q}_i) = \beta_{si} \times \Delta \dot{q}_i, \quad (2.38)$$

и объединяя матрицы, относящиеся к одноименным обобщенным координатам, получим следующую линейризованную систему дифференциальных уравнений, описывающую вертикальные колебания цистерны:

$$\begin{aligned} [tk] \times \{\ddot{W}_{m,n}(t)\} + [r] \times \{W_{m,n}(t)\} &= \{P_1(t), P_2(t)\}; \\ [M]_I \times \{\ddot{q}(t)\}_I + [B]_I \times \{\dot{q}(t)\}_I + [K]_I \times \{q(t)\}_I &= \{Q(t)\}_I; \\ [M]_{II} \times \{\ddot{q}(t)\}_{II} + [B]_{II} \times \{\dot{q}(t)\}_{II} + [K]_{II} \times \{q(t)\}_{II} &= \{Q(t)\}_{II}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

При симметричной конструкции вагона относительно продольной и поперечной плоскостях симметрии выполняются следующие равенства:

$$[M]_I = [M]_{II} = [M], \quad (2.40)$$

$$[K]_I = [K]_{II} = [K], \quad (2.41)$$

Структура матриц (2.39) для подсистем нижних ярусов представлена на рис. 2.5 - 2.9.

$[K] =$	$\kappa_{1,1}^c + c_p$	$\kappa_{1,2}^c$	$\kappa_{1,3}^c$	0	$-c_p$	0	0	0	0
	$\kappa_{2,1}^c$	$\kappa_{2,2}^c$	$\kappa_{2,3}^c$	0	0	0	0	0	0
	$\kappa_{3,1}^c$	$\kappa_{3,2}^c$	$\kappa_{3,3}^c + c_p$	0	0	0	0	$-c_p$	0
	0	0	0	$\kappa_{1,1}^T + c_n$	$\kappa_{1,2}^T$	$\kappa_{1,3}^T$	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$
	$-c_p$	0	0	$\kappa_{2,1}^T$	$\kappa_{2,2}^T + c_p$	$\kappa_{2,3}^T$	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$
	0	0	0	$\kappa_{3,1}^T$	$\kappa_{3,2}^T$	$\kappa_{3,3}^T + c_n$	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$
	0	0	0	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$	$\kappa_{1,1}^T + c_n$	$\kappa_{1,2}^T$	$\kappa_{1,3}^T$
	0	0	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$	$\kappa_{2,1}^T$	$\kappa_{2,2}^T + c_p$	$\kappa_{2,3}^T$
	0	0	0	$-c_p$	$-c_p$	$-c_p$	$\kappa_{3,1}^T$	$\kappa_{3,2}^T$	$\kappa_{3,3}^T + c_n$

Рисунок 2.5 – Структура матрицы жесткости соединительных балок и тележек для восьмиосной цистерны (где  $c_p$  и  $c_n$  - жесткость соответственно рессорных комплектов тележек и рельсового пути)

$[M] =$	$m_1^c$	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	$m_2^c$	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	$m_3^c$	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	$m_1^T$	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$m_2^T$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$m_3^T$	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	$m_1^T$	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	$m_2^T$	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$m_3^T$

Рисунок 2.6 – Структура матрицы масс соединительных балок и тележек для восьмиосной цистерны

$ Q _I =$	0	$ Q _{II} =$	0
	$P_I$		$P_{II}$
	0		0
	$c_n \cdot \eta_1 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_1$		$c_n \cdot \eta_1 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_1$
	0		0
	$c_n \cdot \eta_2 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_2$		$c_n \cdot \eta_6 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_6$
	$c_n \cdot \eta_6 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_6$		$c_n \cdot \eta_7 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_7$
	0		0
	$c_n \cdot \eta_4 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_4$		$c_n \cdot \eta_8 + \beta_n \cdot \dot{\eta}_8$

Рисунок 2.7 – Векторы силового воздействия на подсистемы нижних ярусов

$[B]_I =$	$\beta_{s1}$	0	0	0	$-\beta_{s1}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	$\beta_{s2}$	0	0	0	0	$-\beta_{s2}$	0
	0	0	0	$\beta_n$	0	0	0	0	0
	$-\beta_{s1}$	0	0	0	$\beta_{s1}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$\beta_n$	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	$\beta_n$	0	0
	0	0	$-\beta_{s2}$	0	0	0	0	$\beta_{s2}$	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$\beta_n$

Рисунок 2.8 – Матрица демпфирования для первой подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны

$[B]_{II} =$	$\beta_{s3}$	0	0	0	$-\beta_{s3}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	$\beta_{s4}$	0	0	0	0	$-\beta_{s4}$	0
	0	0	0	$\beta_n$	0	0	0	0	0
	$-\beta_{s3}$	0	0	0	$\beta_{s3}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$\beta_n$	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	$\beta_n$	0	0
	0	0	$-\beta_{s4}$	0	0	0	0	$\beta_{s4}$	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$\beta_n$

Рисунок 2.8 – Матрица демпфирования для первой подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны (где  $\beta_s$  и  $\beta_n$  - коэффициенты демпфирования рессорного подвешивания тележек и рельсового пути)

В отличие от восьмиосных цистерн, которые являются безрамными, четырехосные цистерны могут изготавливаться как рамными, так и безрамными. Для обоих конструктивных вариантов принимаются одинаковые расчетные схемы, различие состоит в моделировании опоры котла и характере передачи усилий на котел.

Для безрамной конструкции узлы опоры аппроксимируются шпангоутами переменного сечения, а взаимодействие котла с тележками происходит в отдельных точках (пятник и подпятник). Для рамных конструкций опоры и рама моделируются в виде сосредоточенных масс, которые присоединяются к тележкам, передача усилий на котел осуществляется по линии обхвата котла опорой.

Математические модели рамных и безрамных четырехосных вагонов-цистерн будут отличаться значениями коэффициентов жесткостных и инерционных матриц для котла вагона. Как и в случае восьмиосных цистерн, применяя метод статистической линеаризации, получим следующие системы дифференциальных уравнений, которые представим в матричном виде:

$$\begin{aligned}
[tk] \times \{\ddot{W}_{m,n}(t)\} + [r] \times \{W_{m,n}(t)\} &= \{P_1(t), P_2(t)\}; \\
[M]_I \times \{\ddot{q}(t)\}_I + [B]_I \times \{\dot{q}(t)\}_I + [K]_I \times \{q(t)\}_I &= \{Q(t)\}_I; \\
[M]_{II} \times \{\ddot{q}(t)\}_{II} + [B]_{II} \times \{\dot{q}(t)\}_{II} + [K]_{II} \times \{q(t)\}_{II} &= \{Q(t)\}_{II},
\end{aligned} \tag{2.42}$$

где  $[tk]_I, [r]$  - матрицы соответственно инерционных и жесткостных коэффициентов для котла вагона;

$W_{m,n}, \ddot{W}_{m,n}$  - коэффициенты и их вторые производные разложения в ряд радиальных перемещений оболочки котла;

$\{P_1(t), P_2(t)\}$  - вектор возмущений, передаваемый на котел со стороны тележек;

$[M]_{I(II)}$  - матрица масс тележек и рамы:

$$[M]_I = [M]_{II} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{T1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{T2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{T3} \end{bmatrix}, \tag{2.43}$$

$[B]_{I(II)}$  - матрица демпфирования рессорного подвешивания тележек и рельсового пути;

$$[B]_I = \begin{bmatrix} \beta_{sI} & 0 & -\beta_{sI} & 0 \\ 0 & \beta_n & 0 & 0 \\ -\beta_{sI} & 0 & \beta_{sI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_n \end{bmatrix}, \tag{2.44}$$

$$[B]_{II} = \begin{bmatrix} \beta_{S2} & 0 & -\beta_{S2} & 0 \\ 0 & \beta_n & 0 & 0 \\ -\beta_{S2} & 0 & \beta_{S2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_n \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

$\{q(t)\}_{I(II)}$  - вектор обобщенных координат,

$$\{q(t)\}_I^T = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \quad (2.46)$$

$$\{q(t)\}_{II} = \{q_5, q_6, q_7, q_8\}, \quad (2.47)$$

$[K]_{I(II)}$  - матрица жесткости:

$$[K]_I = [K]_{II} = \begin{bmatrix} C_p & 0 & -C_p & 0 \\ 0 & K_{1,1}^T + C_n & K_{1,2}^T & K_{1,3}^T \\ -C_p & K_{2,1}^T & K_{2,2}^T + C_n & K_{2,3}^T \\ 0 & K_{3,1}^T & K_{3,2}^T & K_{3,3}^T + C_n \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

$\{Q(t)\}_{I(II)}$  - векторы возмущающих воздействий на подсистемы;

$$\{Q(t)\}_I = \begin{bmatrix} P_1 \\ C_n \times \eta_1 + \beta_n \times \dot{\eta}_1 \\ 0 \\ C_n \times \eta_2 + \beta_n \times \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\{Q(t)\}_{II} = \begin{bmatrix} P_2 \\ C_n \times \eta_3 + \beta_n \times \dot{\eta}_3 \\ 0 \\ C_n \times \eta_4 + \beta_n \times \dot{\eta}_4 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Таким образом, математические модели вагонов-цистерн для определения динамической нагруженности конструкции описываются системами дифференциальных уравнений бесконечного порядка из-за бесконечного числа степеней свободы для котла цистерны.

Матрицы жесткости и инерции для котла имеют размерность  $(m \cdot n)$ , которая обусловлена переменными поперечными сечениями оболочки и шпангоутов. Пренебрегая в этих матрицах побочными членами, получающимися вследствие нарушения ортогональности разложения в тригонометрический ряд радиальных перемещений по дуге оболочки, получим матрицы размерности  $(m \cdot m)$ , число которых определяется количеством удерживаемых гармоник по  $n$ . При фиксированных значениях  $m$  и  $n$  члены рассматриваемых матриц определяются по формулам [25]:

$$\begin{aligned} tK_{i,i} = & \left( \sum_K \frac{\gamma_0 R h_K L}{2g} \left[ \frac{\beta_K}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_{2K} - \sin 2n\beta_{1K}) \right] \right) + \\ & + \left( \sum_i \sum_l \frac{\gamma_{III} F_{II} R}{g} \sin^2 \lambda x_i \left[ \frac{\beta_l}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_l - \sin 2n\beta_{II}) \right] \right) + \frac{\gamma_{Ж} \pi R^2 L}{2gn} + \\ & + \sum_j M_j \sin^2 \lambda x_j \cos^2 n\beta_j; \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$r_{i,i} = \left( \sum_K \frac{D_K L}{2R^3} (n^2 - 1)^2 \left[ \frac{\beta_K}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_{2K} - \sin 2n\beta_{1K}) \right] \right) +$$

$$+ \left( \sum_K \frac{B_K R^3 L \lambda^4}{2n^4} \left[ \frac{\beta_K}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_{2K} - \sin 2n\beta_{1K}) \right] \right) +$$

$$+ \left( \sum_i \sum_l \frac{EI_l}{R^3} (n^2 - 1)^2 \sin \lambda x_i \left[ \frac{\beta_l}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_{2l} - \sin 2n\beta_{1l}) \right] \right), \quad (2.52)$$

$$r_{i,j} = \sum_i \sum_l \sum_l \frac{EI_l}{R^3} (n^2 - 1)^2 \sin \lambda x_i \sin \lambda x_j \left[ \frac{\beta_l}{2} + \frac{1}{4n} (\sin 2n\beta_{2l} - \sin 2n\beta_{1l}) \right], \quad (2.53)$$

где  $D_K$  - жесткость  $k$ -ой панели оболочки на изгиб;

$B_K$  - жесткость  $k$ -ой панели в продольном направлении;

$\gamma_0$  - удельная масса материала оболочки и шпангоутов;

$K$  - число обечаек котла с постоянной толщиной;

$h_K$  - толщина  $k$ -ой панели оболочки;

$\beta_{1K}, \beta_{2K}$  - угол начала и конца кромок  $k$ -ой панели;

$\gamma_{ж}$  - удельная масса перевозимого груза;

$M_j$  - масса  $j$ -ой детали, подвешенной на вагоне;

$\gamma_{ш}$  - удельный вес материала шпангоутов;

$F_{li}$  - площадь поперечного сечения  $l$ -го участка  $i$ -го шпангоута;

$x_j, \beta_j$  - линейная и угловая координата установки  $j$ -ой детали;

$g$  - ускорение свободного падения;

$I$  - момент инерции поперечного сечения шпангоута.

Вводя оператор дифференцирования  $P = \frac{d}{dt}$ , сведем системы линеаризованных уравнений к стандартной векторно-матричной форме:

$$[D(P)] \times \{q(t)\} = [Q(P)] \times \{\eta(t)\}, \quad (2.54)$$

где  $[D(P)]$  - функциональная полиномиальная матрица размера  $(K \times K)$ , элементами которой являются функциональные многочлены от  $P$ :

$$d_{ij}(p) = m_{ij} p^2 + \beta_{ij} p + C_{ij}, \quad (2.55)$$

здесь  $m_{ij}, \beta_{ij}, C_{ij}$  - инерционные, диссипативные и жесткостные параметры;

$\{q(t)\}$  - вектор обобщенных координат;

$[Q(p)]$  функциональная полиномиальная матрица размера  $K \times l$  ( $l$  число входов), элементами которой являются функциональные многочлены от  $p$ :

$$Q_{ij}(p) = \beta_{ij}^n p + C_{ij}^n, \quad (2.56)$$

здесь  $\beta_{ij}^n, C_{ij}^n$  - диссипативные и жесткостные параметры рельсового пути;

$\{\eta(t)\}$  - вектор возмущений.

### РАЗДЕЛ 3

#### РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ

Основные характеристики динамической нагруженности конструктивных элементов цистерн определяются с использованием матрицы спектральных плотностей выходного процесса  $[S]_q$  по формуле [34]:

$$[S]_q = [\Phi(j\omega)] \times [S_f(\omega)] \times [\Phi(j\omega)]^*, \quad (3.1)$$

где  $\omega$  - текущая частота;

$[S_f(\omega)]$  - матрица взаимных спектральных плотностей входных процессов, размера  $l \cdot l$  ;

$[\Phi(j\omega)]^*$  - матрица эрмитово-сопряженная с матрицей  $[\Phi(j\omega)]$  размера  $K \times l$  амплитудно-частотных характеристик, каждый элемент которой  $\varphi_{jki}(j\omega)$  есть амплитудно-частотная характеристика  $q$ -ой обобщенной координаты ( $q = 1, 2, \dots, K$ ) соответствующая  $i$ -му входу ( $i = 1, 2, \dots, l$ ),  $j = \sqrt{-1}$  ;

Матрица амплитудно-частотных характеристик обобщенных координат определяется из решения уравнения (2.54):

$$[\Phi(j\omega)] = [D(j\omega)]^{-1} \times [Q(j\omega)], \quad (3.2)$$

которая получается заменой  $p = j\omega$  в операторной матрице системы уравнений (2.54).

Принимая, что случайные входные воздействия, обусловленные железнодорожной колеей, одинаковые с запаздыванием, зависящими от скорости движения и расстояния между колесными парами, элемент матрицы спектральных плотностей входных процессов определится через спектральную плотность первой колесной пары:

$$S_{jfk} = S_{f1} \exp(-j(\tau_i - \tau_k)), \quad (3.3)$$

тем самым свести задачу к эквивалентной системе с одним входом рис 3.1.

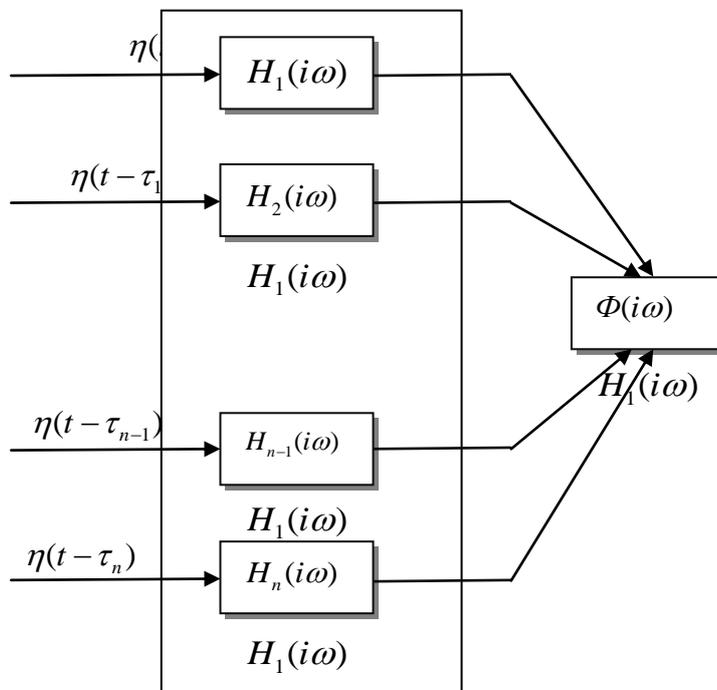


Рисунок 3.1 – Схема многовходовой динамической системы

### 3.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ДЛЯ КОТЛА ЦИСТЕРНЫ

Очевидно, по аналогии с расчетом прочности котла на статические нагрузки, для получения требуемой точности решения динамической задачи достаточно удержать конечное число членов ряда разложения в двойной тригонометрический ряд радиальных перемещений оболочки.

Для оценки влияния числа удерживаемых гармоник  $n$  и  $m$  на величину радиальных перемещений оболочки котла, рассмотрим воздействие на котел единичной силы, изменяющейся по гармоническому закону с частотой  $\omega$ :

$$P = \sin(\omega \cdot t), \quad (3.4)$$

Вектор правых частей системы дифференциальных уравнений, описывающих колебания котла:

$$[t] \cdot \{\ddot{w}(t)\} + [r] \cdot \{w(t)\} = \{P(t)\}, \quad (3.5)$$

определим по аналогии с методом конечных элементов, исходя из минимума потенциальной энергии, обусловленной внешними по отношению к котлу нагрузками по формуле:

$$\{P(t)\} = \iint [\sin(\lambda x) \cdot \cos(n\beta)]^T \cdot |Q| \cdot Rd\beta dx, \quad (3.6)$$

где  $|Q|$  - вектор интенсивности нагрузки;

$Rd\beta dx$  - площадь поверхности котла, на которую действует нагрузка.

Решение системы уравнений (3.5) будем находить в виде гармонического ряда:

$$W_{m,n}(t) = w_{m,n} \cdot \sin(\lambda x), \quad (3.7)$$

Подставляя формулу (3.7) в (3.5) и решая систему уравнений:

$$(-[tk] \cdot \omega^2 + [r]) \cdot \{w_{m,n}(t)\} = \{P(t)\}, \quad (3.8)$$

найдем коэффициенты ряда (3.7) по формуле:

$$\{w_{m,n}\} = (-[tk] \cdot \omega^2 + [r])^{-1}, \quad (3.9)$$

Определяя радиальные перемещения:

$$W = \sum_{m=1,2..}^k \sum_{n=1,2..}^p w_{m,n} \cdot \sin(\lambda x) \cdot \cos(n\beta), \quad (3.10)$$

Для различных значений  $p$  ( $p = 1, 2, 3, \dots$ ) и  $k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), фиксируем такие значения  $p$  и  $k$ , при которых выполняется неравенство:

$$\left| \frac{W^i - W^{i-1}}{W^i} \right| \leq \varepsilon, \quad (3.11)$$

где  $\varepsilon$  - наперед заданная малая величина.

Полученные значения  $p$  и  $k$  будут определять число степеней свободы для оболочки котла. Расчеты показали, что с увеличением гармоник по  $n$  радиальные перемещения с увеличением номера по  $m$  стремятся к некоторой предельной величине и, начиная с номеров  $n \geq 6$  и  $m \geq 9$  (рис. 3.2 и 3.3), значения радиаль-

ных перемещений стабилизируются, причем максимальные различия по модулю отличаются не более чем на 0,1 %. В дальнейшем, для динамических расчетов, максимальные номера гармоник принимаются равными  $n = 6$  и  $m = 9$ .

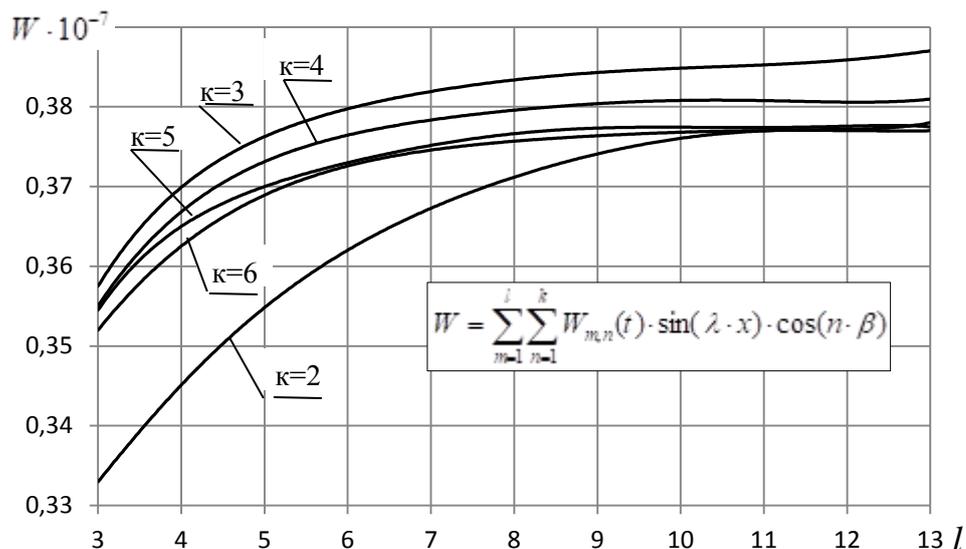


Рисунок 3.2 – Зависимость радиальных перемещений опорного узла котла восьмиосной цистерны от числа удерживаемых членов тригонометрического ряда

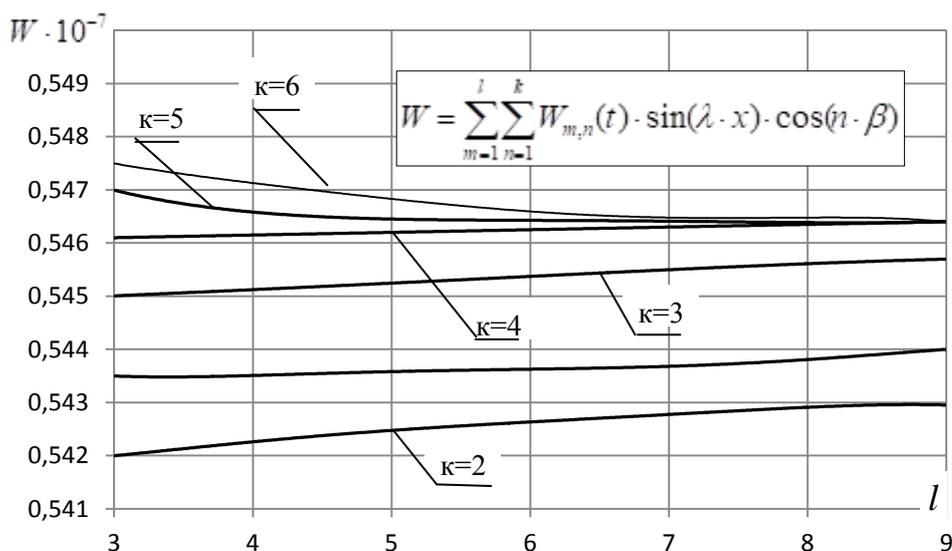


Рисунок 3.3 – Зависимость радиальных перемещений опорного узла котла четырёхосной цистерны от числа удерживаемых членов тригонометрического ряда

### 3.2 ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ

Рассматриваемая динамическая система представляет собой многомерную систему со многими входами (число входов равно числу колесных пар), а воздействия, приложенные ко всем входам, отличаются только величиной смещения, поэтому особый интерес будут представлять амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) при единичных воздействиях на каждый из входов системы.

При выводе АЧХ полагается, что динамическая система предварительно линеаризована, обладает свойствами аддитивности.

Неоднородность физических моделей, которыми представлена динамическая модель, обуславливает неравенство перемещений соприкасающихся узлов основной подсистемы (оболочки котла) и подсистем нижних ярусов. Это объясняется тем, что котел аппроксимируется оболочкой, опирающейся на идеальные диа-

фрагмы (днища), что подразумевает введение краевых условий, запрещающих все виды перемещений в плоскости диафрагм и, следовательно, такая расчетная схема позволяет определять перемещения точек котла, которые обусловлены деформацией оболочки, с другой стороны котел, как элемент транспортного средства, опирается на соединительные балки или тележки, а значит его перемещение должно содержать составляющие, обусловленные деформацией подсистем нижних ярусов. С целью устранения этого противоречия, разобьем динамическую систему на самостоятельные подсистемы, а их взаимодействие заменим внутренними неизвестными усилиями (рис. 3.4).

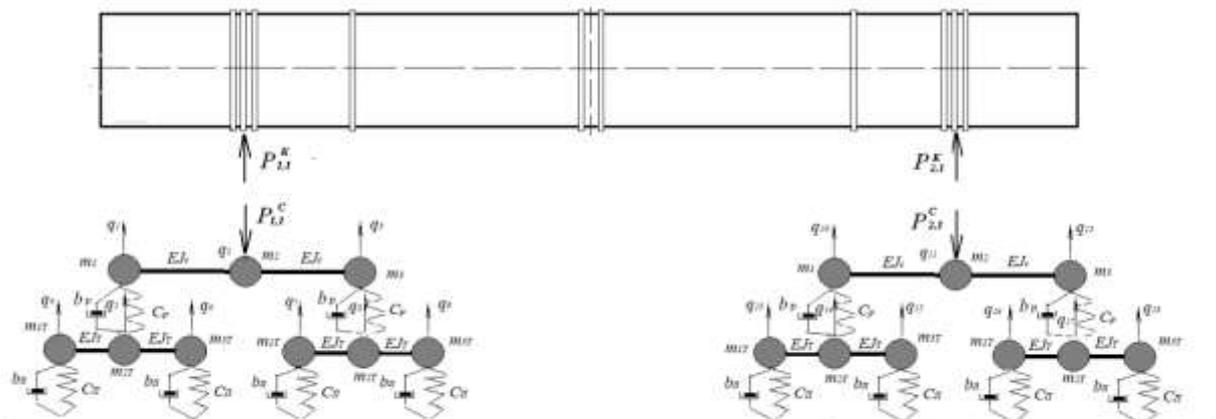


Рисунок 3.4 – Силы взаимодействия котла и подсистем нижних ярусов

Полагая, что колебания котла и подсистемы нижних ярусов происходят без отрыва друг от друга, дополнительное уравнение запишется в виде равенства внутренних усилий:

$$P_{1,1}^k = P_{1,1}^c; \quad P_{2,1}^k = P_{2,1}^c; \quad (3.12)$$

где  $P_{1,1}^k$  и  $P_{1,1}^c$  - силы взаимодействия между котлом и соединительной балкой (тележкой) над возмущенным концом вагона;

$P_{2,1}^k$  и  $P_{2,1}^c$  - силы взаимодействия между котлом и соединительной балкой (тележкой) над невозмущенным концом вагона.

Исходя из сущности решаемой задачи, выразим силы взаимодействия подсистем через перемещения соответствующих узлов, для этого найдем перемещения соприкасаемых узлов от единичной силы  $P = e^{i\omega t}$ , приложенной к эти узлам.

На основе решения динамической задачи для котла и подсистем нижних ярусов:

$$[t\kappa] \cdot \{\ddot{W}_{m,n}(t)\} + [r] \cdot \{W_{m,n}(t)\} = \{\bar{P}(t)\}_\kappa; \quad (3.13)$$

$$[M] \cdot \{\ddot{q}(t)\} + [B] \cdot \{\dot{q}(t)\} + [K] \cdot \{q(t)\} = \{P(t)\}_c;$$

где  $\{\bar{P}(t)\}_\kappa$  - вектор единичного силового воздействия на опорный узел котла;

$\{P(t)\}_c$  - вектор единичного силового воздействия на средний узел соединительной балки (тележки);

$[t], [r]$  - матрица инерционных и жесткостных параметров для оболочки котла;

$[M], [B], [K]$  - матрицы инерционных, диссипативных и жесткостных параметров для соединительной балки и тележек,

выразим силы взаимодействия подсистем через их динамические жесткости:

$$P_{1,1}^k(\omega) = G_c(\omega) \cdot q_2(\omega), \quad (3.14)$$

$$P_{1,1}^c(\omega) = G_k(\omega) \cdot w_1(\omega), \quad (3.15)$$

где  $G_k(\omega)$ ,  $G_c(\omega)$  - динамическая жесткость основной подсистемы (котла) и подсистемы нижних ярусов, определяемые как обратные перемещения от единичных сил (рис. 3.5, 3.6);

$w_1(\omega)$ ,  $q_2(\omega)$  - перемещения взаимодействующих узлов.

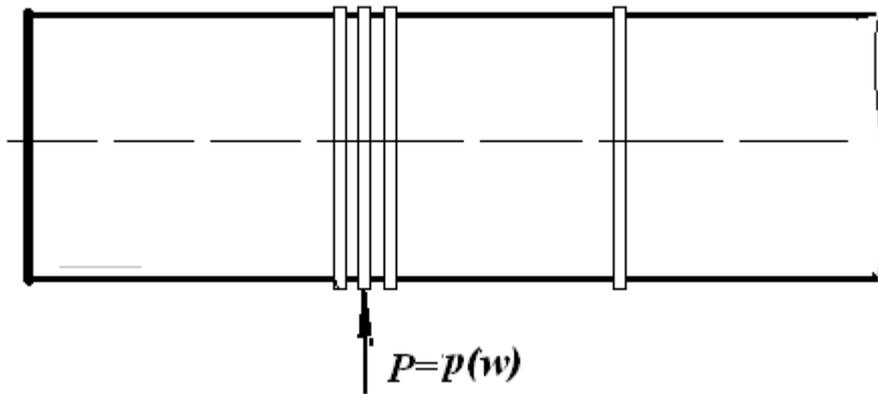


Рисунок 3.5 – Расчетная схема для определения жесткости котла восьмиосной цистерны

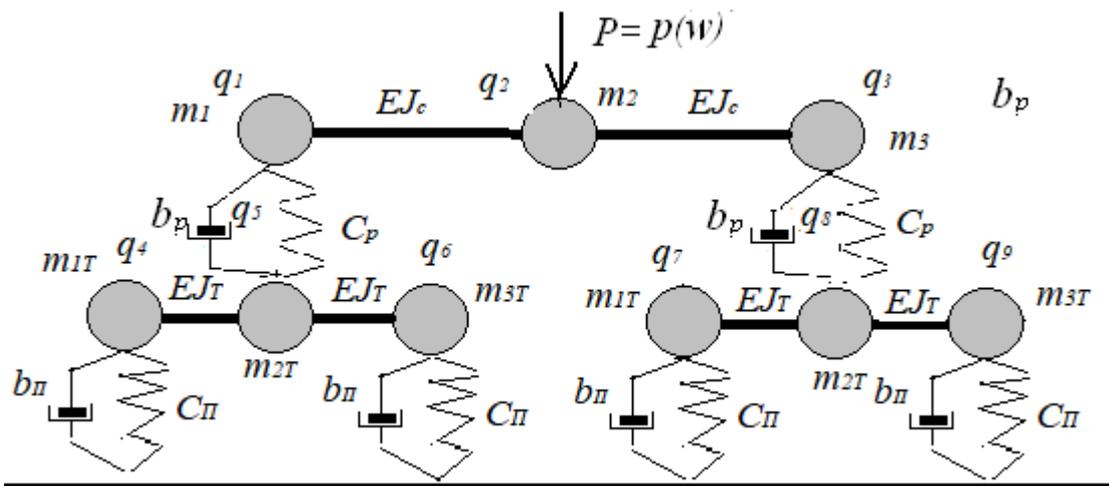


Рисунок 3.6 – Расчетная схема для определения жесткости подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны

Аналогичным образом определяются жесткости и силы взаимодействия между основной подсистемой и подсистемой нижнего яруса для четырехосных цистерн.

Зависимость между перемещениями соприкасаемых точек подсистем с учетом равенств (3.12) и формул (3.14, 3.15) определяется по формуле:

для восьмиосной цистерны -

$$q_2(\omega) = \rho(\omega) \cdot w_1(\omega) \tag{3.15}$$

для четырехосной цистерны –

$$q_1(\omega) = \rho(\omega) \cdot w_1(\omega) \tag{3.16}$$

где

$$\rho(\omega) = \frac{G_k(\omega)}{G_c(\omega)} \tag{3.17}$$

Для определения амплитудно-частотных характеристик обобщенных координат при воздействии единичного возмущения на  $j$ -ую колесную пару, в системе дифференциальных уравнений, описывающих колебания соединительной балки тележек, выразим действующие силы со стороны котла на соединительную балку, через радиальные перемещения опорного узла котла, в результате получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \cdot \ddot{q}_1 + \beta_{c1} \cdot \dot{q}_1 + (k_{1,1}^c + c_p) \cdot q_1 + k_{1,2}^c \cdot \rho \cdot w_1 + k_{1,3}^c \cdot q_3 - \beta_{c1} \cdot \dot{q}_5 - c_p \cdot q_5 = 0; \\ k_{2,1}^c \cdot q_1 + m_2 \cdot \rho \cdot \ddot{w}_1 + (k_{2,2}^c \cdot \rho + G_k) + k_{2,3}^c \cdot q_3 = 0; \\ k_{3,1}^c \cdot q_1 + k_{3,2}^c \cdot \rho \cdot w_1 + m_3 \cdot \ddot{q}_3 + \beta_{c2} \cdot \dot{q}_3 + (k_{3,3}^c + c_p) \cdot q_3 - \beta_{c2} \cdot \dot{q}_8 - c_p \cdot q_8 = 0; \\ m_{1T} \cdot \ddot{q}_4 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_4 + (k_{1,1}^T + c_{\Pi}) \cdot q_4 + k_{1,2}^T \cdot q_5 + k_{1,3}^T \cdot q_6 = c_{\Pi} \cdot \eta_1 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{\eta}_1; \\ -\beta_{c1} \cdot \dot{q}_1 - c_p \cdot q_1 + k_{1,1}^T \cdot q_4 + m_{2T} \cdot \ddot{q}_5 + (k_{2,2}^T + c_p) \cdot q_5 + \beta_{c1} \cdot \dot{q}_5 + k_{2,3}^T \cdot q_6 = 0; \\ k_{3,1}^T \cdot q_4 + k_{3,2}^T \cdot q_5 + m_{3T} \cdot \ddot{q}_6 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_6 + (k_{3,3}^T + c_{\Pi}) \cdot q_6 = c_{\Pi} \cdot \eta_2 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{\eta}_2; \\ m_{1T} \cdot \ddot{q}_7 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_7 + (k_{1,1}^T + c_{\Pi}) \cdot q_7 + k_{1,2}^T \cdot q_8 + k_{1,3}^T \cdot q_9 = c_{\Pi} \cdot \eta_3 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{\eta}_3; \\ -\beta_{c2} \cdot \dot{q}_3 - c_p \cdot q_3 + k_{2,1}^T \cdot q_7 + m_{2T} \cdot \ddot{q}_8 + (k_{2,2}^T + c_p) \cdot q_8 + \beta_{c2} \cdot \dot{q}_8 + k_{2,3}^T \cdot q_9 = 0; \\ k_{3,1}^T \cdot q_7 + k_{3,2}^T \cdot q_8 + m_{3T} \cdot \ddot{q}_9 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_9 + (k_{3,3}^T + c_{\Pi}) \cdot q_9 = c_{\Pi} \cdot \eta_4 + \beta_{\Pi} \cdot \dot{\eta}_4. \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Сводя систему дифференциальных уравнений (3.18) к форме (2.52) и решая получившуюся систему алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, получим вектор комплексных амплитуд обобщенных координат и опорной точки котла над возмущенным концом вагона, а по зависимостям (3.13) определяются комплексные амплитуды подпятниковых узлов подсистем нижних ярусов.

Комплексные амплитуды обобщенных координат над невозмущенным концом вагона определяются из следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \cdot \ddot{q}_{10} + \beta_{c3} \cdot \dot{q}_{10} + (k_{1,1}^c + c_p) \cdot q_{10} + k_{1,2}^c \cdot q_{11} + k_{1,3}^c \cdot q_{12} - \beta_{c3} \cdot \dot{q}_{15} - c_p \cdot q_{15} = 0; \\ k_{2,1}^c \cdot q_{10} + m_2 \cdot \ddot{q}_{11} + k_{2,2}^c \cdot q_{11} + k_{2,3}^c \cdot q_{12} = P_{2,1}; \\ k_{3,1}^c \cdot q_{10} + k_{3,2}^c \cdot q_{11} + m_3 \cdot \ddot{q}_{12} + \beta_{c4} \cdot \dot{q}_{12} + (k_{3,3}^c + c_p) \cdot q_{12} - \beta_{c4} \cdot \dot{q}_{17} - c_p \cdot q_{17} = 0; \\ m_{1T} \cdot \ddot{q}_{13} + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_{13} + (k_{1,1}^T + c_{\Pi}) \cdot q_{13} + k_{1,2}^T \cdot q_{14} + k_{1,3}^T \cdot q_{15} = 0; \\ -\beta_{c3} \cdot \dot{q}_{10} - c_p \cdot q_{10} + k_{2,1}^T \cdot q_{13} + m_{2T} \cdot \ddot{q}_{14} + (k_{2,2}^T + c_p) \cdot q_{14} + \beta_{c3} \cdot \dot{q}_{14} + k_{2,3}^T \cdot q_{15} = 0; \\ k_{3,1}^T \cdot q_{13} + k_{3,2}^T \cdot q_{14} + m_{3T} \cdot \ddot{q}_{15} + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_{15} + (k_{3,3}^T + c_{\Pi}) \cdot q_{15} = 0; \\ m_{1T} \cdot \ddot{q}_{16} + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_{16} + (k_{1,1}^T + c_{\Pi}) \cdot q_{16} + k_{1,2}^T \cdot q_{17} + k_{1,3}^T \cdot q_{18} = 0; \\ -\beta_{c4} \cdot \dot{q}_{12} - c_p \cdot q_{12} + k_{2,1}^T \cdot q_{16} + m_{2T} \cdot \ddot{q}_{17} + (k_{2,2}^T + c_p) \cdot q_{17} + \beta_{c4} \cdot \dot{q}_{17} + k_{2,3}^T \cdot q_{18} = 0; \\ k_{3,1}^T \cdot q_{16} + k_{3,2}^T \cdot q_{17} + m_{3T} \cdot \ddot{q}_{18} + \beta_{\Pi} \cdot \dot{q}_{18} + (k_{3,3}^T + c_{\Pi}) \cdot q_{18} = 0, \end{array} \right. \quad (3.19)$$

где  $P_{2,1}$  - усилие, передаваемое через оболочку котла на подсистемы нижних ярусов невозмущенного конца вагона, определяемое по формуле:

$$P_{2,1} = G_k(\omega) \frac{\overline{w}_2(\omega)}{\overline{w}_1(\omega)} \cdot w_1(\omega) \quad (3.20)$$

Здесь  $\overline{w}_1$ ,  $\overline{w}_2$  - векторы амплитуд перемещений опорных узлов котла при воздействии единичной силы;

$w_1$  - перемещений опорного узла, полученные при решении уравнения (3.18).

По аналогичным уравнениям определяются АЧХ обобщенных координат для четырехосной цистерны.

Действительные и мнимые составляющие амплитудно-частотных характеристик обобщенных координат определяются путем решения системы дифференциальных уравнений (3.18) и (3.19) при воздействии единичных гармонических сил ( $\sin(\omega)$  и  $\cos(\omega)$ ).

Модуль АЧХ (далее передаточная функция  $|\Phi|$ ) для  $i$ -го выхода от  $j$ -го входа определится по формуле:

$$|\Phi_{i,j}| = \sqrt{L_{i,j}^2(\omega) + N_{i,j}^2(\omega)} \quad (3.21)$$

где  $L_{i,j}, N_{i,j}$  - соответственно действительная и мнимая части амплитуд  $i$ -ой обобщенной координаты при воздействии единичного возмущения на  $j$ -ую колесную пару.

В качестве иллюстрации на рис. 3.7 и 3.8 приведены расчетные схемы для определения передаточной функции при воздействии единичной силы на первую колесную пару.

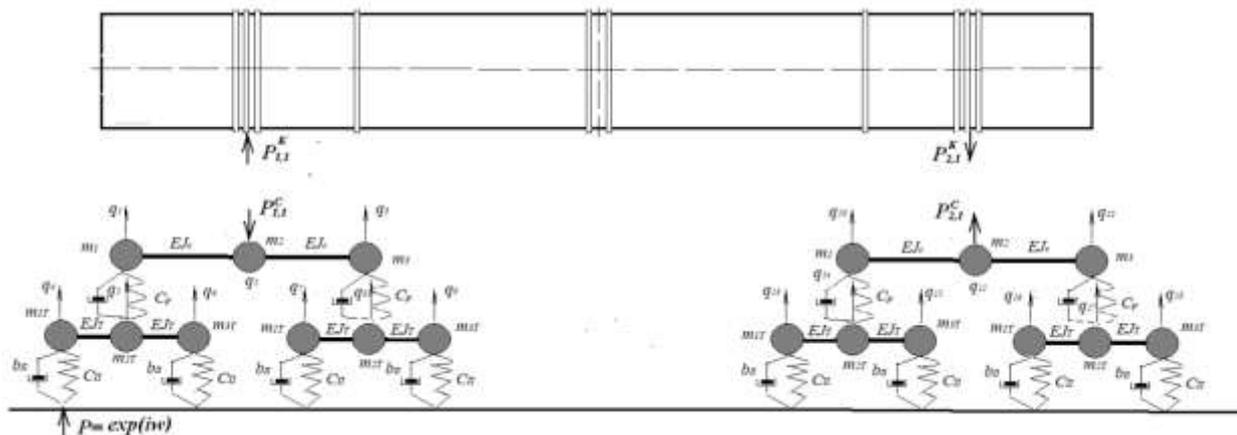


Рисунок 3.7 – Расчетная схема для определения передаточной функции обобщенных координат восьмьюосной цистерны при единичной силе со стороны рельсового пути на первую колесную пару

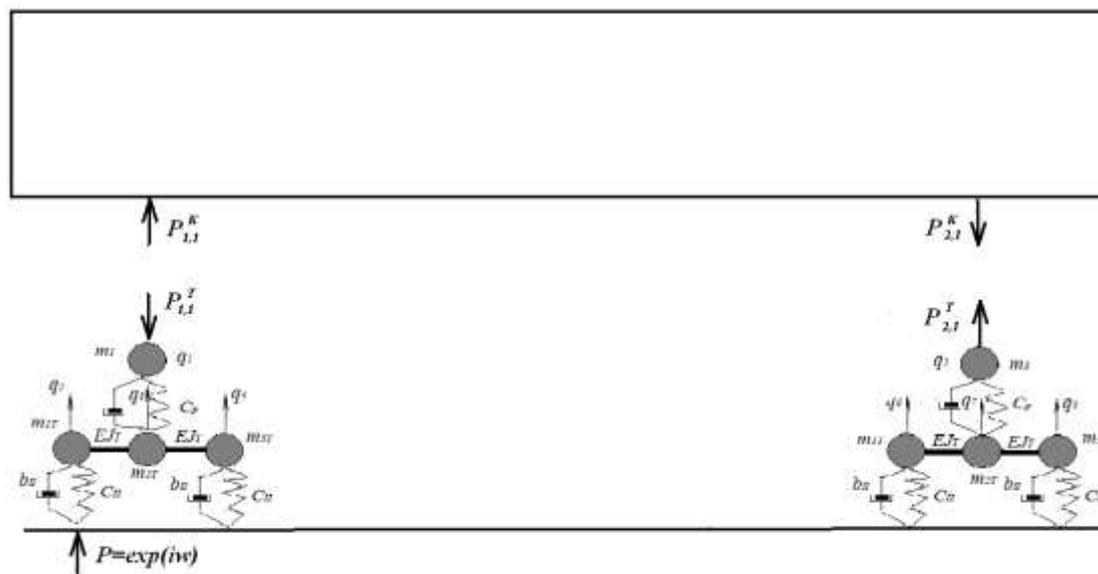


Рисунок 3.8 – Расчетная схема для определения передаточной функции обобщенных координат четырехосной цистерны при единичной силе со стороны рельсового пути на первую колесную пару

Над невозмущенным концом вагона величина амплитуды вертикальных перемещений узла соединительной балки, взаимодействующего с котлом, более чем на два порядка (100 раз) меньше, чем у аналогичного узла со стороны возмущенного конца, что позволяет в дальнейшем пренебречь воздействием возмущенного конца вагона на невозмущенный, при этом, как показали дальнейшие расчеты, погрешность не превышает 0,5 %.

На характер изменения передаточной функции обобщенных координат нижних ярусов динамической системы оказывает влияние котел цистерны, о чем свидетельствует частотный диапазон экстремальных значений амплитуд (табл. 3.1, 3.2).

Таблица 3.1 Передаточные функции обобщенных координат восьмьюосной цистерны при воздействии единичной силы на первую колесную пару вагона

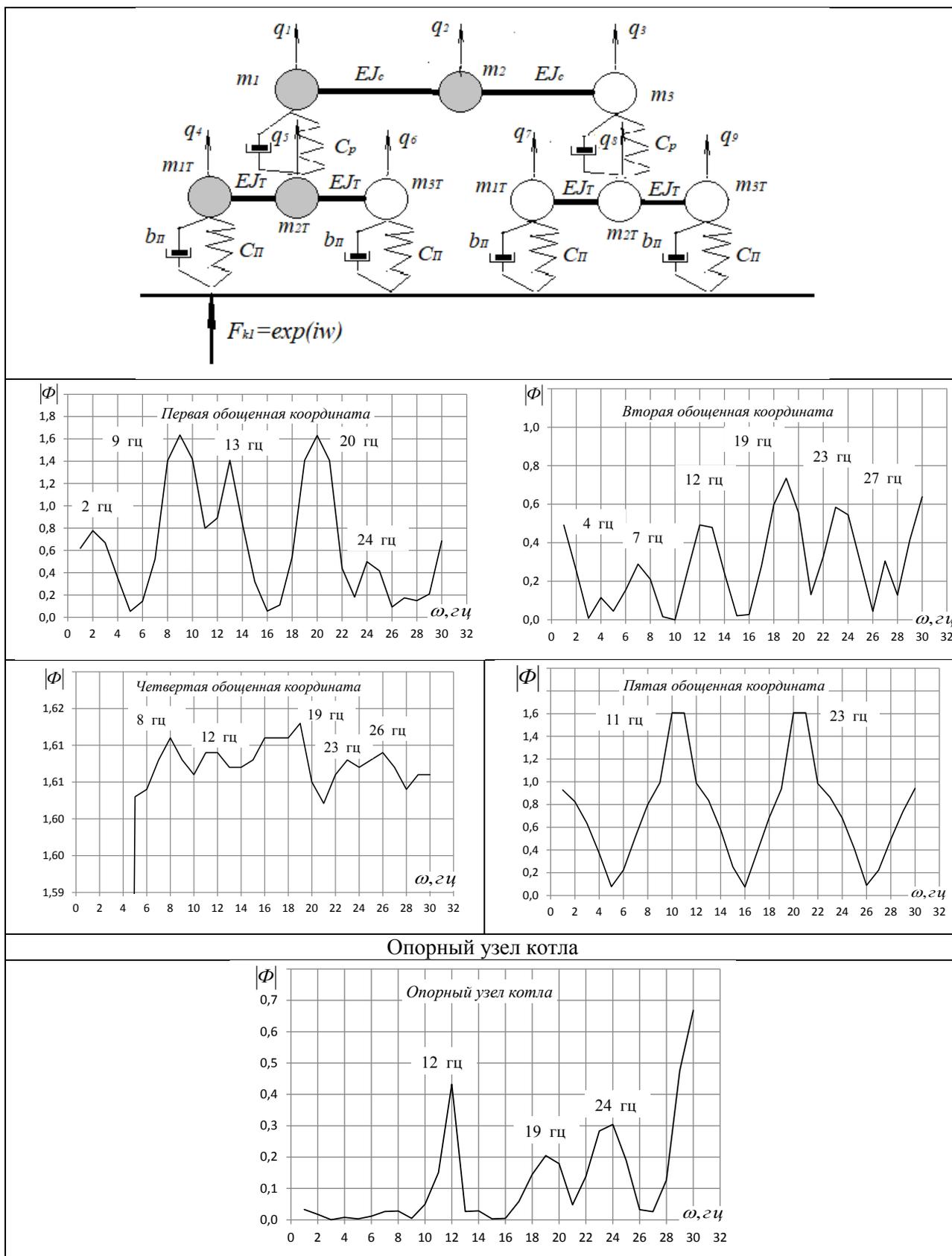
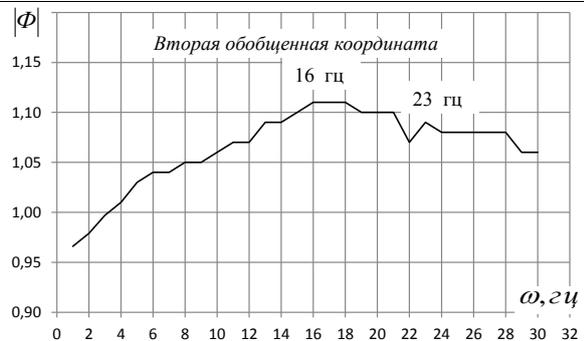
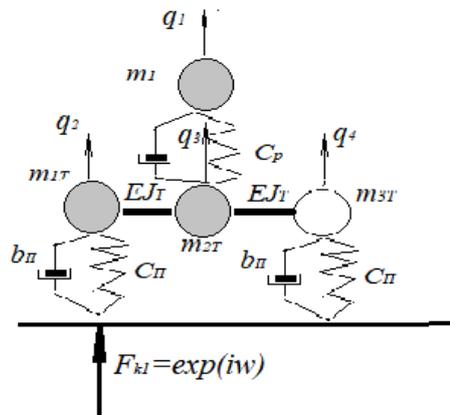
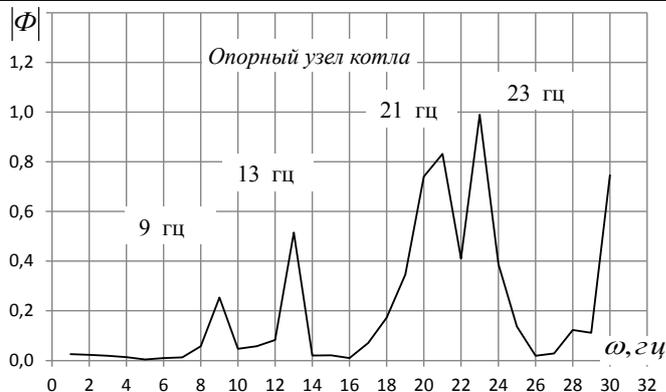


Таблица 3.2 Передаточные функции обобщенных координат четырехосной цистерны при воздействии единичной силы на первую колесную пару вагона



Опорный узел котла



При известных значениях передаточных функций для каждой обобщенной координаты динамической системы от каждого из входов (число входов соответствует числу колесных пар), квадрат модуля передаточной функции определится по формуле [31]:

$$|\Phi_i(j\omega)|^2 = \sum_{\lambda=1}^r \sum_{\mu=1}^r \Phi_{i,\lambda}(j\omega) \cdot \Phi_{i,\mu}(-j\omega) \cdot \exp(-j\omega\tau_{\lambda,\mu}), \quad (3.22)$$

где  $\Phi_{i,\lambda}(j\omega)$  - частотная характеристика  $i$ -го выхода от  $\lambda$ -го ( $\mu$ -го) входа;

$r$  - число входов (число колесных пар) динамической системы;

$\tau_{\lambda,\mu}$  - время запаздывания возмущений между  $\lambda$ -ым и  $\mu$ -ым входами.

После преобразования формулы (3.22), получим:

$$|\Phi_i(j\omega)|^2 = \left( \sum_{k=1}^r (L_{i;k}(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot \tau_k) + N_{i;k}(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot \tau_k)) \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^r (-L_{i;k}(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot \tau_k) \cos(\omega \cdot \tau_k) + N_{i;k}(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot \tau_k)) \right)^2, \quad (3.23)$$

где  $L_i$ ,  $N_i$  - действительная и мнимая части амплитудно-фазовых характеристик;

$$\tau_k = \frac{d_k}{V}, \quad (3.24)$$

здесь  $d_k$  - расстояние между первой по ходу движения вагона и  $k$ -ой осями экипажа, м;

$V$  - скорость движения вагона, м/с.

Алгоритм определения передаточной функции при заданной частоте возмущающего воздействия на динамическую систему и скорости движения может быть представлен следующим алгоритмом:

- ✓ Определяется динамическая жесткость котла как величина, обратная величине радиального перемещения опорного узла по формуле (2.2) при конечном числе степеней свободы, коэффициенты которой  $W_{m,n}$  находятся из решения дифференциальных уравнений (3.13) при воздействии на опорный узел единичной силы;
- ✓ Определяется динамическая жесткость подсистемы нижних ярусов как величина обратная вертикальному перемещению подпятникового узла вагона, получаемого из решения второй системы дифференциальных уравнений (3.13) при воздействии на подпятниковый узел единичной силы;
- ✓ Вычисляются коэффициенты пропорциональности между перемещениями контактирующих узлов основной подсистемы и подсистемы нижних ярусов по формуле (3.17);
- ✓ Определяются модули амплитуд обобщенных координат при воздействии единичных сил на каждый из входов системы, компоненты которых (действительная и мнимая части) определяются путем решения системы дифференциальных уравнений (3.18), приведенной оператором дифференцирования к системе алгебраических уравнений (2.54) с комплексными коэффициентами;
- ✓ Определяются модули передаточных функций обобщенных координат по формуле (3.23).

## РАЗДЕЛ 4

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ

Многообразие факторов, влияющих на нагруженность конструкции вагонов в условиях реальной эксплуатации, не позволяет учесть весь спектр силовых воздействий, поэтому исходя из целей и задач исследования, ограничимся учетом таких видов нагрузок, которые отражают внутреннюю энергетическую характеристику процесса.

При решении задач, связанных с расчетной оценкой уровня динамических напряжений и оценкой частот изгибных вертикальных колебаний, характеризующих скорость накопления усталостных повреждений в несущих элементах конструкции, обычно в качестве основных возбудителей колебаний принимаются неровности рельсового пути и колесных пар, характеризующих физическую сторону явления.

В настоящем исследовании, на основании результатов работ [48-59] и др., в качестве модели силового воздействия со стороны рельсового пути на экипаж принята сумма некоррелированных между собой составляющих:

$$S_f(\omega) = \sum_{k=1}^3 SS_k(\omega), \quad (4.1)$$

где  $SS_k(\omega)$  - спектральная плотность  $k$ -ой составляющей возмущения.

В качестве составляющих спектральной плотности (4.1) приняты:

$SS_1(\omega)$  - спектральная плотность возмущения, обусловленная длиной рельсового звена [60]:

$$SS_1(\omega) = \frac{D_\eta}{\pi} \cdot \left[ \frac{\alpha}{\alpha + (\omega + \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha + (\omega - \beta)^2} \right], \quad (4.2)$$

где  $D_\eta$  - дисперсия неровностей;

$\alpha$  - коэффициент затухания корреляционной связи между неровностями;

$\beta$  - основная частота периодической составляющей неровностей.

Величины  $\alpha$  и  $\beta$  связаны со скоростями движения следующими соотношениями:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot V; \quad \beta = \beta_0 \cdot V, \quad (4.3)$$

где  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  - коэффициенты корреляционной связи при скорости движения, м/с.

$SS_2(\omega)$  - спектральная плотность возмущающего воздействия от стыков в виде периодически повторяющихся равноотстоящих импульсов одинаковой формы, но разной амплитуды и длительности, которая может быть представлена в виде суммы дискретной и непрерывной составляющих [61]:

$$SS_2(\omega) = \frac{|F(\omega, \tau_0)|^2}{V_0} \cdot \left[ \frac{2 \cdot \pi}{V_0} \cdot m_\eta^2 \cdot \sum_{n=1}^k \delta(\omega - n \cdot \omega_0) + \sigma_\eta^2 \right], \quad (4.4)$$

где  $F(\omega, \tau_0)$  - спектр неровности пути на стыке;

$V_0$  - период основной гармоники стыковой неровности;

$\tau_0$  - длительность импульса от стыковой неровности;

$m_\eta$ ,  $\sigma_\eta$  - математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение стыковой неровности;

$k$  - число учитываемых частот при возбуждении от стыковой неровности;

$\delta(\omega)$  - дельта функция.

Значения  $\tau_0$ ,  $V_0$ ,  $\omega_0$  определяются через характерные геометрические расстояния и скорость движения по следующим зависимостям:

$$\tau_0 = \frac{L_0}{V}; \quad V_0 = \frac{L_p}{V}; \quad \omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{V}{L_p}, \quad (4.5)$$

Где  $L_0$  - расстояние между «характерными» точками возмущающего импульса;

$L_p$  - расстояние между стыками, равное длине рельсового звена.

Дискретная часть спектра (4.4) состоит из дискретных спектральных линий, расположенных друг от друга на расстоянии  $1/V$ , огибающая которых имеет такую же форму, как и огибающая непрерывной части спектра и определяется спектром отдельного импульса. В качестве спектра принят импульс Гауссовой формы, дающий монотонно убывающий спектр [60].

Математическое описание принятого импульса определяется выражением:

$$F_1(t) = A \cdot \exp\left(-4 \cdot \ln\left(2 \frac{t^2}{\tau_0^2}\right)\right), \quad (4.6)$$

где  $A$  – амплитуда импульса.

Математическое изображение спектра импульса имеет вид:

$$F_0(\omega, \tau_0) = A \cdot \tau_0 \cdot \left(\frac{\pi}{4 \cdot \ln(2)}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\omega^2 \cdot \tau_0^2}{16 \cdot \ln(2)}\right), \quad (4.7)$$

Величина воздействия рельсового пути на экипаж зависит от дополнительных условий, так в работе [62] указывается, что воздействие от пути зимой, примерно, в два раза выше, чем летом, а в работе [63] предложена формула корреляционной связи амплитуды импульса и скорости движения в виде:

$$\text{летом} - F_0(\omega, \tau_0) = 0,344 \cdot V \cdot F_0(\omega, \tau_0), \quad (4.8)$$

$$\text{зимой} - F_0(\omega, \tau_0) = 0,675 \cdot V \cdot F_0(\omega, \tau_0), \quad (4.9)$$

Проведенные в работе [64] исследования вертикальной динамики различных экипажей показали, что увеличение числа гармоник более четырех не вызывает заметного изменения динамических показателей исследуемого экипажа, поэтому при оценке динамической нагруженности вагонов цистерн, учитываются только первые четыре гармоники энергетического спектра.

На железнодорожном пути помимо неровностей, обусловленных длиной рельсового звена и стыками, присутствуют еще различные макро- и микронеровности. В процессе эксплуатации на поверхности головки рельсов возникают дефекты, нарушающие ее прямолинейность, к которым относятся последовательно чередующиеся неровности волнообразного типа, отдельные изолированные неровности (выбоковины, углы в сварных стыках, седловины за закаленной зоной стыков), неровности из-за смятия и погнутости концов рельсов и др. Спектральная плотность, обусловленная указанными неровностями, определяется по формуле [60]:

$$SS_3(\omega) = 1,65 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{V^2}{l_0 \cdot \omega^2}, \quad (4.10)$$

где  $l_0$  - длина выбранного участка пути при экспериментальном измерении рассматриваемых неровностей.

Спектральная плотность полного возмущающего воздействия со стороны пути на экипаж определяется выражением:

$$S_f(\omega) = \frac{D_\eta}{\pi} \cdot \left[ \frac{\alpha}{\alpha + (\omega + \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha + (\omega - \beta)^2} \right] + \frac{|F(\omega, \tau_0)|^2}{v_0} \cdot \left[ \frac{2 \cdot \pi}{v_0} \cdot m_\eta^2 \cdot \sum_{n=1}^k \delta(\omega - n \cdot \omega_0) + \sigma_\eta^2 \right] + 1,65 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{V^2}{l_0 \cdot \omega^2}, \quad (4.11)$$

Спектральная плотность возмущений со стороны рельсового пути на колесные пары определялась при следующих значениях параметров формулы (4.11) [56, 62, 65, 66]:

$$D_\eta = 37,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \quad \alpha_0 = 0,072 \text{ 1/с}; \quad \beta_0 = 0,265 \text{ 1/с}; \quad l_0 = 100 \text{ м}; \quad L_p = 25 \text{ м}; \quad m_\eta = 0,01 \text{ м}; \quad \sigma_\eta = 0,004 \text{ м}.$$

На рисунке 4.1 представлена спектральная плотность непрерывной части полного возмущающего воздействия со стороны рельсового пути на колесные пары.

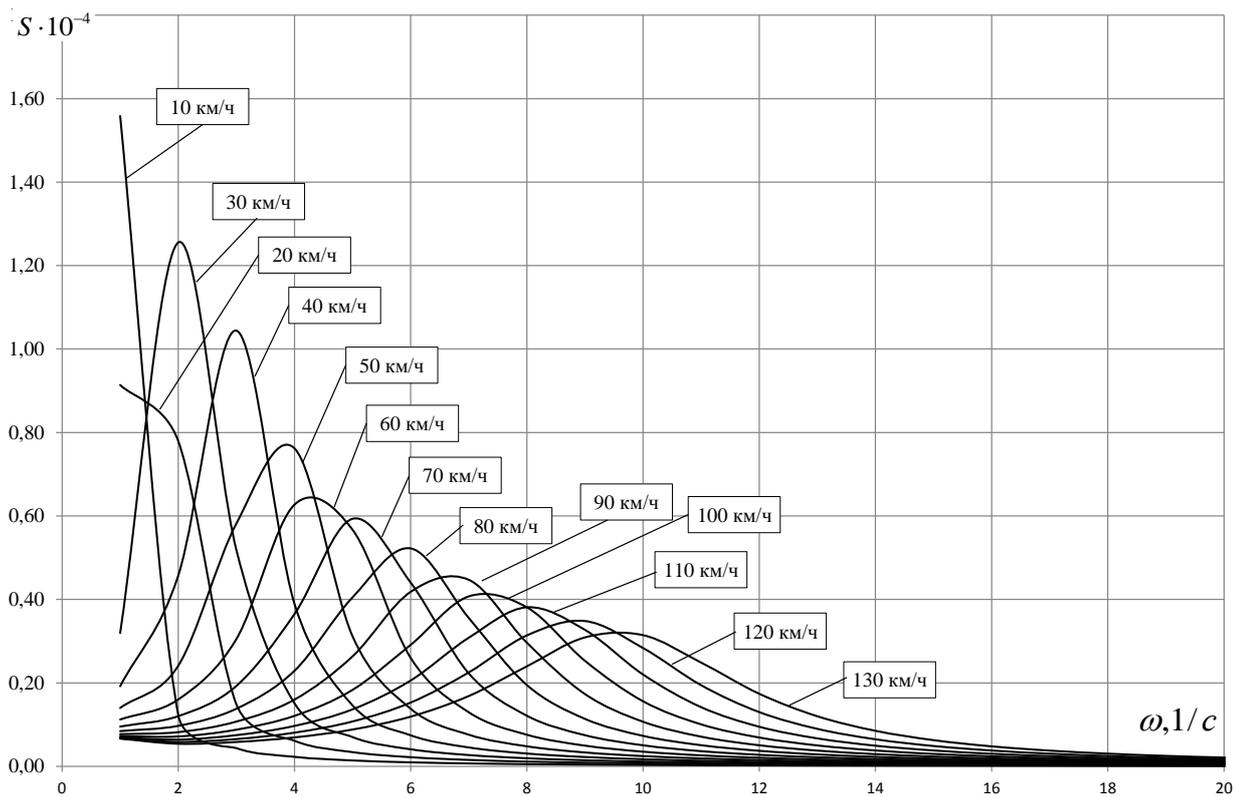
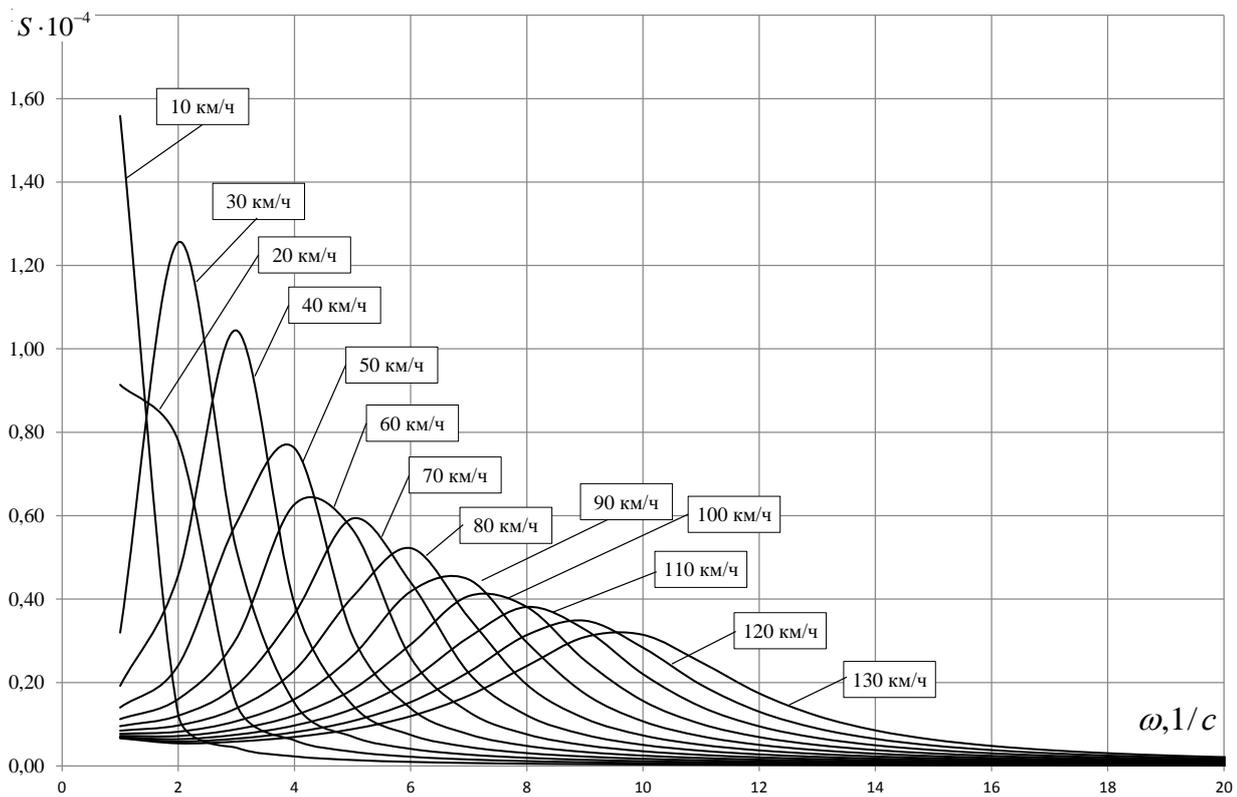


Рисунок 4.1 – Спектральная плотность ( $S, (м/с^2)^2 / Гц$ ) непрерывной части полного возмущающего воздействия со стороны рельсового пути на колесные пары

## РАЗДЕЛ 5

### СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПЛОТНОСТИ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ

Состояние рельсового экипажа при воздействии случайных возмущений будет характеризоваться параметрами, которые также являются случайными. Поэтому в качестве основных характеристик динамических показателей вагона приняты среднеквадратические и спектральные плотности, причем среднеквадратические величины однозначно определяются через спектральные плотности соответствующих показателей. Спектральная плотность для  $k$ -го выхода (обобщенной координаты) динамической системы, определяется выражением:

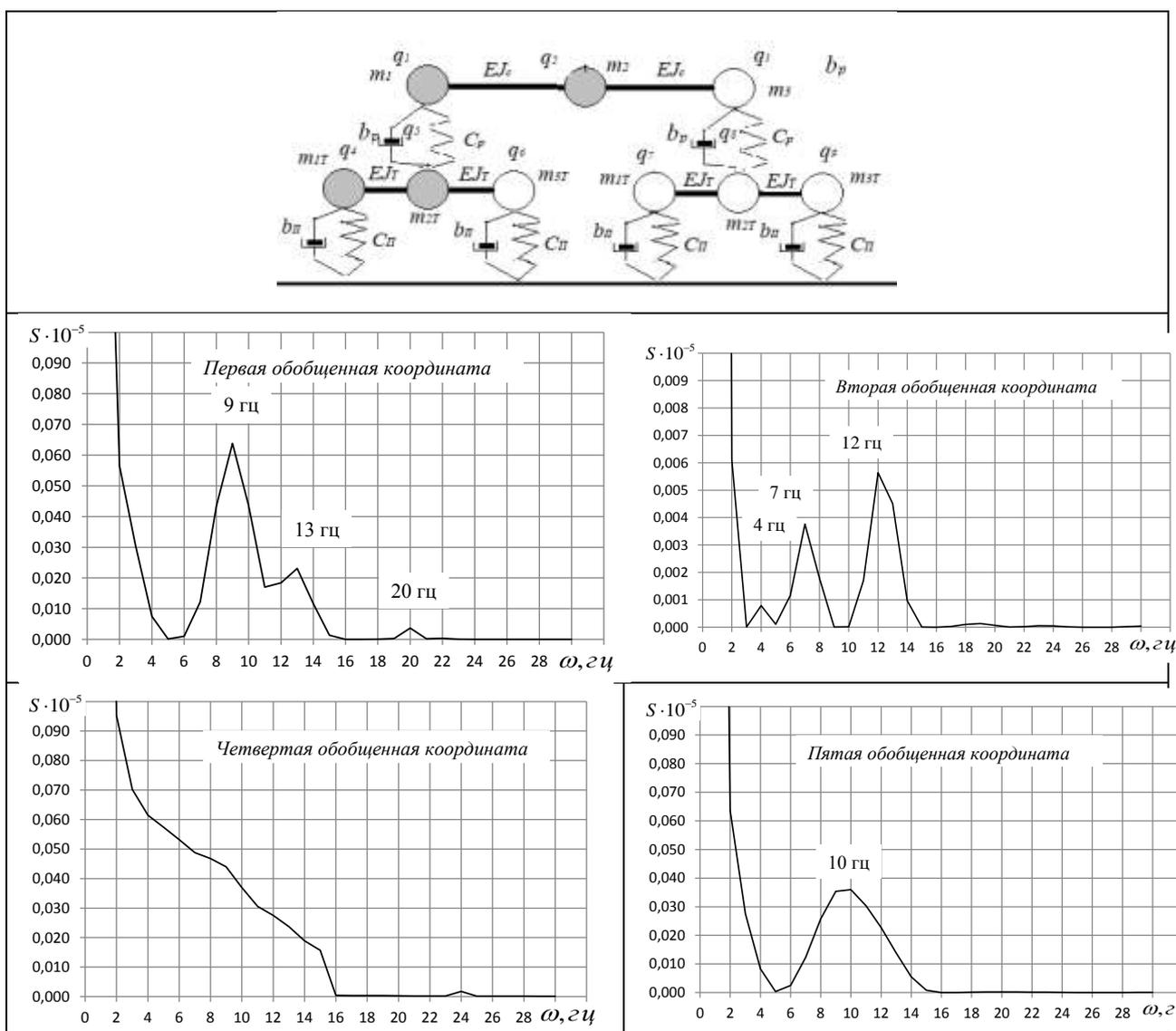
$$S_k(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_f(\omega), \quad (5.1)$$

где  $S_f(\omega)$  - спектральная плотность входного воздействия;

$|\Phi(j\omega)|$  - модуль передаточной функции для  $k$ -го входа динамической системы.

В качестве примера, в таблицах 5.1 и 5.2 приведены графики спектральных плотностей обобщенных координат и опорного узла котла для скорости движения 70 км/час, которые показывают, что основной энергетический спектр для восьмьюсной цистерны соответствует частоте 12 Гц, четырёхосная цистерна имеет два экстремума – с частотами 9 Гц и 13 Гц. Для подсистемы нижних ярусов основная часть энергетического спектра приходится на область нижних частот до 2 Гц, а наличие всплесков для более высоких частот (от 9 Гц и выше) обусловлено влиянием основной подсистемы (котла).

Таблица 5.1. Спектральные плотности ( $S, (m/c^2)^2 / Гц$ ) обобщенных координат восьмьюсной цистерны при скорости движения 70 км/ч



Конец таблицы 5.1

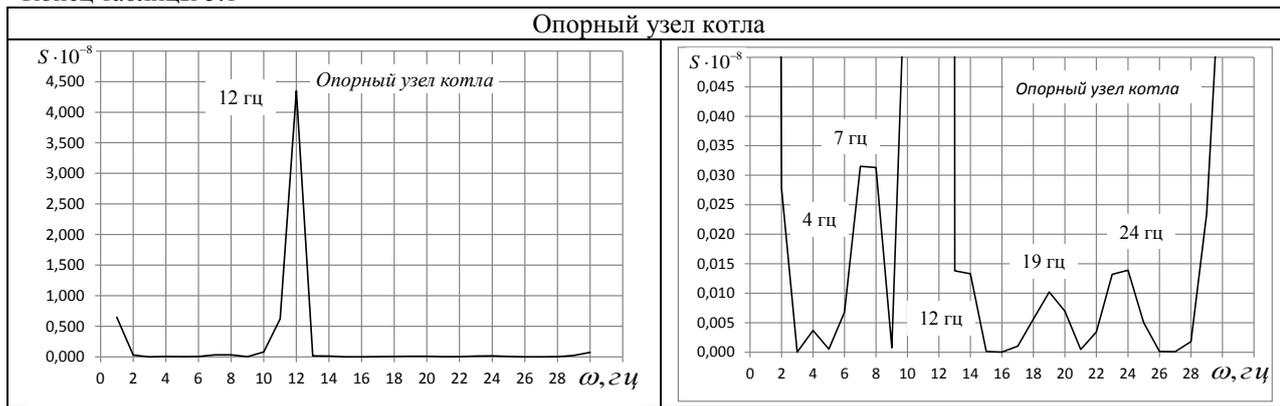
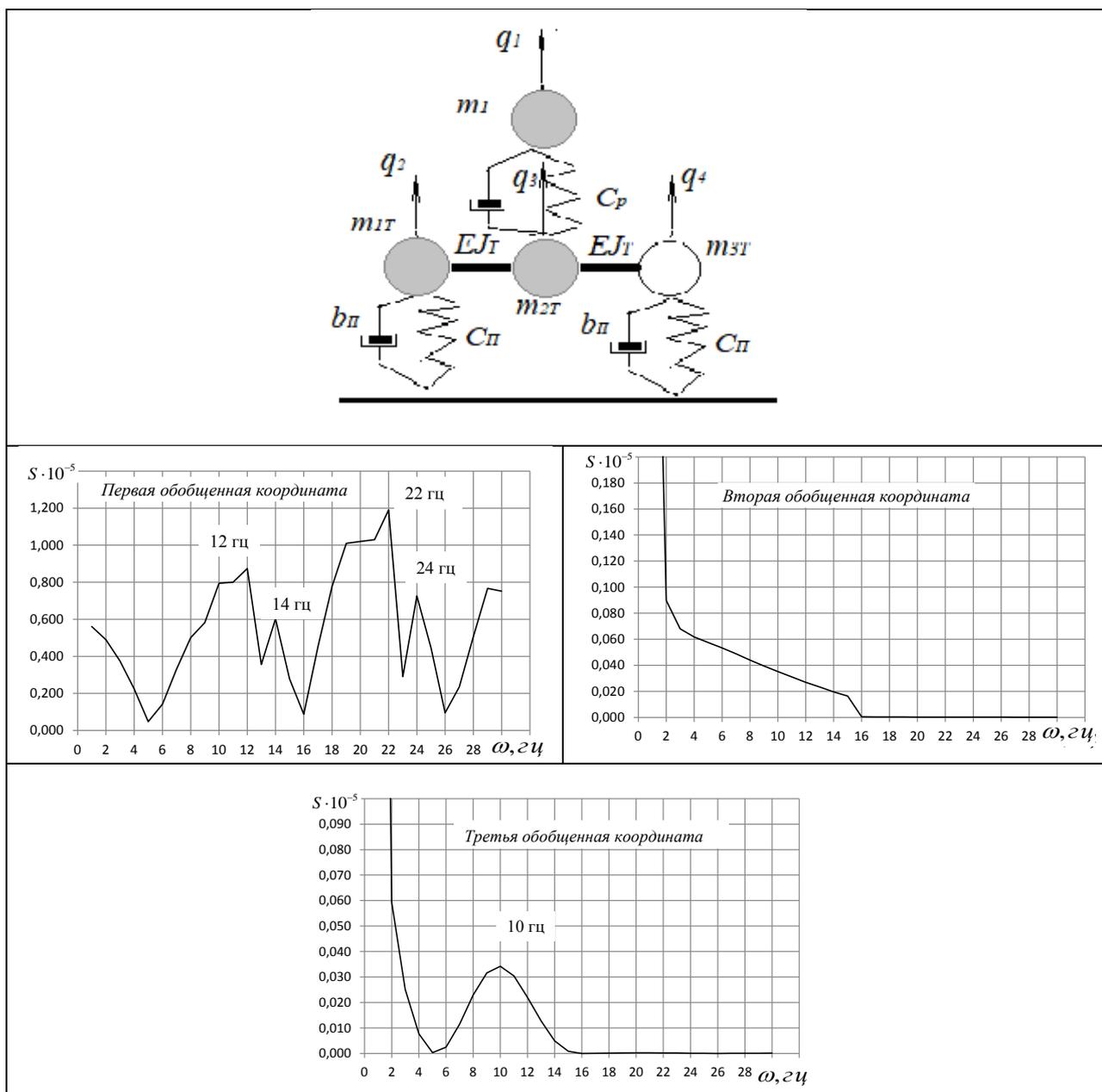
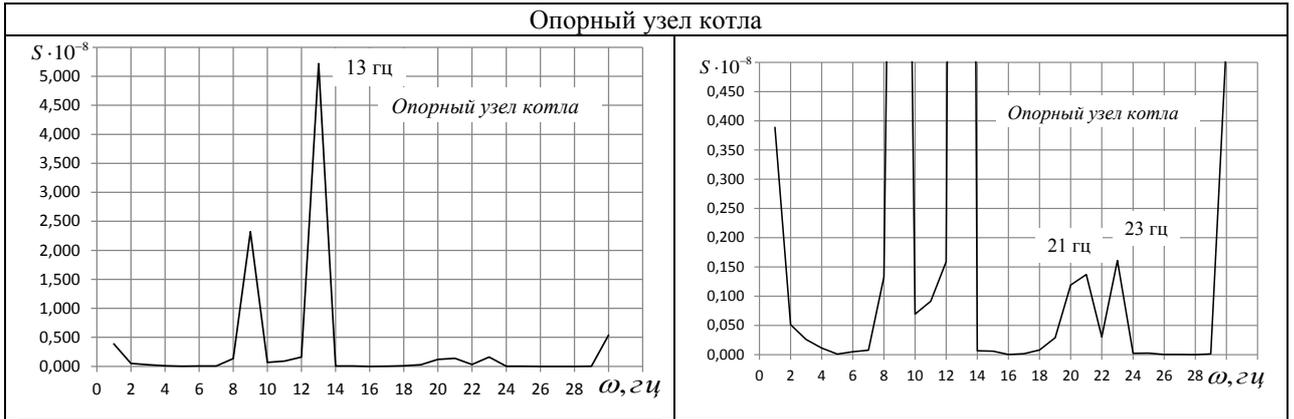


Таблица 5.2 Спектральные плотности ( $S, (m/c^2)^2 / \text{Гц}$ ) обобщенных координат четырехосной цистерны при скорости движения 70 км/ч



Конец таблицы 5.2



Спектральные плотности скоростей и ускорений определяются аналогично формуле (5.1):

$$\dot{S}_k(\omega) = \omega^2 \cdot |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_f(\omega), \quad (5.2)$$

$$\ddot{S}_k(\omega) = \omega^4 \cdot |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_f(\omega), \quad (5.3)$$

## РАЗДЕЛ 6

### РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЦИСТЕРНЫ

Состояние конструктивных элементов вагонов цистерн движущихся по рельсовому пути и подвергающихся силовым воздействиям со стороны рельсового пути на колесные пары, будем условно классифицировать по кинематическим, динамическим и прочностным показателям:

- ✓ К кинематическим параметрам относятся: амплитуды, перемещения, скорости и ускорения обобщенных координат, эффективные частоты колебаний, а также полосность случайного процесса;
- ✓ Динамическое состояние характеризуется динамическими силами и коэффициентами динамики;
- ✓ Прочностные показатели определяются величинами напряжений в элементах котла;
- ✓ К параметрам, которые характеризуют цистерну как движущееся средство, относятся коэффициенты динамики рессорных комплектов и рельсового пути.

Среднеквадратические значения кинематических параметров для  $k$ -ой обобщенной координаты, с учетом полного возмущающего воздействия со стороны рельсового пути (см. раздел 4 ф. 4.11) определяются по формулам:

перемещения:

$$\sigma_{q_k} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_{f_n}(\omega) \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi(j\omega_i)|^2}; \quad (6.1)$$

скорости:

$$\sigma_{\dot{q}_k} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_{f_n}(\omega) \cdot \omega^2 \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi(j\omega_i)|^2 \cdot \omega_i^2}; \quad (6.2)$$

ускорения:

$$\sigma_{\ddot{q}_k} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_{f_n}(\omega) \cdot \omega^4 \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi(j\omega_i)|^2 \cdot \omega_i^4}; \quad (6.3)$$

эффективная частота колебаний:

$$f_{\text{э}} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\dot{q}_k}^2}{\sigma_{q_k}^2}}; \quad (6.4)$$

полосность случайного процесса:

$$\nu = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\dot{q}_k}^2}{\sigma_{q_k} \cdot \sigma_{\ddot{q}_k}}}; \quad (6.5)$$

где  $S_{f_n}(\omega)$  - спектральная плотность непрерывной части входного возмущения;

$A_i$  - дисперсия дискретной линии входного возмущения;

$\Omega$  - частота среза.

Среднеквадратические значения силовых параметров:

динамическое усилие, действующее на  $k$ -ый узел (без учета инерционных составляющих):

$$\sigma_{p_k} = m_k \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_{f_{it}}(\omega) \cdot \omega^4 \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi(j\omega_i)|^2 \cdot \omega_i^4}, \quad (6.6)$$

коэффициент динамики n-го рессорного комплекта:

$$\sigma_{\kappa_{\partial n}} = \frac{1}{Q_p} \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi_{\kappa_{\partial n}}(j\omega)|^2 \cdot S_{f_{it}}(\omega) \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi_{\kappa_{\partial n}}(j\omega_i)|^2}, \quad (6.7)$$

где  $m_k$  - масса сосредоточенная в узле:

$Q_p$  - статическое усилие, приходящееся на одну тележку:

$$Q_p = \frac{(M_{\kappa} + M_{\partial p}) \cdot g}{m} + M_{\partial \partial p} \cdot g, \quad (6.8)$$

здесь  $M_{\kappa}$  - масса котла с устройствами, установленными на нем;

$M_{\partial p}$  - масса груза;

$M_{\partial \partial p}$  - масса обрессоренных частей тележки;

$g$  - ускорение свободного падения;

$m$  - количество тележек.

$|\Phi_{\kappa_{\partial n}}(j\omega)|$  - модуль приведенной передаточной функции коэффициента динамики рессорных комплектов:

$$|\Phi_{\kappa_{\partial n}}(j\omega)| = \sqrt{L_{\kappa_{\partial n}}^2(j\omega) + N_{\kappa_{\partial n}}^2(j\omega)}, \quad (6.9)$$

где

$$L_{\kappa_{\partial n}}(j\omega) = \sum_{i=1}^t [C_p \cdot (L_{li} - L_{ri}) - \omega \cdot \beta_p \cdot (N_{li} - N_{ri})] \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) + \sum_{i=1}^t [C_p \cdot (N_{li} - N_{ri}) + \omega \cdot \beta_p \cdot (L_{li} - L_{ri})] \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i), \quad (6.10)$$

$$N_{\kappa_{\partial n}}(j\omega) = \sum_{i=1}^t [C_p \cdot (N_{li} - N_{ri}) + \omega \cdot \beta_p \cdot (L_{li} - L_{ri})] \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) + \sum_{i=1}^t [-C_p \cdot (L_{li} - L_{ri}) + \omega \cdot \beta_p \cdot (N_{li} - N_{ri})] \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i), \quad (6.11)$$

здесь  $L_{\kappa_{\partial n}}(j\omega)$ ,  $N_{\kappa_{\partial n}}$  - соответственно действительная и мнимая части передаточной функции коэффициента динамики n-ой тележки;

$C_p$  - жесткость рессорных комплектов;

$\beta_p$  - эквивалентные коэффициенты демпфирования, полученные в результате статистической линеаризации;

$L_{li}$ ,  $N_{li}$  - вещественная и мнимая части АЧХ  $l$ -ой координаты от  $i$ -го входа;

$L_{ri}$ ,  $N_{ri}$  - вещественная и мнимая части АЧХ  $r$ -ой координаты от  $i$ -го входа;

$\tau_i$  - время запаздывания  $i$ -го входа;

$\omega$  - текущее значения частоты;

$l, r$  - номера узлов, взаимодействующих через рессорные комплекты тележек;  
 $t$  - число входов.

Коэффициенты динамики взаимодействия колеса с рельсом определяется по формуле:

$$\sigma_{\kappa_{\Pi n}} = \frac{1}{Q_o} \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi_{\kappa_{\Pi n}}(j\omega)|^2 \cdot S_{f_{\Pi}}(\omega) \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi_{\kappa_{\Pi n}}(j\omega_i)|^2}, \quad (6.12)$$

где  $Q_o$  - усилие от колесной пары на рельсы:

$$Q_o = \frac{M_{\text{бп}} \cdot g}{\kappa}, \quad (6.13)$$

$|\Phi_{\kappa_{\Pi n}}(j\omega)|$  - модуль передаточной функции коэффициента динамики  $n$ -ой оси ( $n = 1, 2, \dots, \kappa$ )  $l$ -ой тележки определяется по формуле:

$$|\Phi_{\kappa_{\Pi n}}(j\omega)| = \sqrt{\lambda_n^2 + \nu_n^2}, \quad (6.14)$$

Здесь

$$\lambda_n = -C_{\Pi} \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) - \omega \cdot \beta_{\Pi} \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i) + \sum_{i=1}^t [C_{\Pi} \cdot L_{ni} - \omega \cdot \beta_p \cdot N_{ni}] \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) +$$

$$+ \sum_{i=1}^t [C_{\Pi} \cdot N_{ni} + \omega \cdot \beta_{\Pi} \cdot L_{ni}] \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i) \quad (6.15)$$

$$\nu_n = C_{\Pi} \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i) + \omega \cdot \beta_{\Pi} \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) + \sum_{i=1}^t [C_{\Pi} \cdot N_{ni} - \omega \cdot \beta_p \cdot L_{ni}] \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) +$$

$$+ \sum_{i=1}^t [-C_{\Pi} \cdot L_{ni} + \omega \cdot \beta_{\Pi} \cdot N_{ni}] \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i) \quad (6.16)$$

$C_{\Pi}$  - жесткость рельсового пути;

$\beta_{\Pi}$  - коэффициент демпфирования рельсового пути;

$N_{ni}, L_{ni}$  - действительная и мнимая составляющие АЧХ  $n$ -ой координаты от  $i$ -го входа;

$M_{\text{бп}}$  - масса брутто конструкции;

$\kappa$  - число колесных пар.

Коэффициенты динамики в элементах подсистем нижних ярусов определяется как отношение динамических узловых усилий к статическим:

$$K_i = \frac{K_{p_i, \text{din}}}{K_{p_i, \text{stat}}}, \quad (6.17)$$

Узловые усилия от статической нагрузки определяются по методу конечных элементов с использованием расчетной схемы, приведенной на рис. 3.4 при постоянной силе равной весу груза и котла, а также собственный вес элементов.

Для определения динамических напряжений в котле формируется система уравнений:

$$[-[t] \cdot f_{\text{эк}}^2 + [r]] \cdot \{w_{m,n}\} = \{\sigma_{P_n}\}, \quad (6.18)$$

в результате решения которой определяется вектор  $\{w_{m,n}\}$  коэффициентов разложения в двойной тригонометрический ряд радиальных перемещений котла:

$$\{w_{m,n}\} = [-[t] \cdot f_{\text{эк}}^2 + [r]]^{-1} \cdot \{\sigma_{P_n}\}, \quad (6.19)$$

где  $[t]$ ,  $[r]$  - соответственно матрицы инерционных жесткостных параметров оболочки котла;

$f_{\text{эк}}$  - эффективная частота колебаний котла;

$\{\sigma_{P_n}\}$  - вектор динамических сил, передаваемых на котел со стороны подпятникового узла.

Среднеквадратические значения напряжений в элементах оболочки котла определяются по формуле [67]: на поперечных площадках в  $j$ -ой точке  $i$ -го сечения оболочки котла:

$$\sigma_{\sigma_1} = -\frac{RB}{h_{i,j}} \cdot \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k w_{m,n} \cdot \cos(n \cdot \beta_j) \cdot \sin(\lambda_m \cdot x_i), \quad (6.20)$$

на продольных площадках в  $j$ -ой точке  $i$ -го сечения оболочки котла:

$$\sigma_{\sigma_2} = \frac{Eh_{i,j}}{2 \cdot R^2 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k w_{m,n} \cdot (n^2 - 1) \cdot \cos(n \cdot \beta_j) \cdot \sin(\lambda_m \cdot x_i), \quad (6.21)$$

в  $j$ -ом сечении  $i$ -го шпангоута:

$$\sigma_{\sigma_2} = \frac{d_i \cdot E}{R^2} \cdot \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k w_{m,n} \cdot (n^2 - 1) \cdot \cos(n \cdot \beta_j) \cdot \sin(\lambda_m \cdot x_i), \quad (6.22)$$

где  $h_{i,j}$  - толщина оболочки котла в  $j$ -ой точке  $i$ -го сечения;

$R$  - радиус срединной поверхности оболочки котла;

$B$  - продольная жесткость оболочки котла:

$$B = \frac{E \cdot h_{i,j}}{1 - \mu^2}, \quad (6.23)$$

$d_i$  - расстояние от срединной поверхности оболочки котла до наиболее удаленной точки в  $j$ -ой точке  $i$ -го сечения шпангоута;

$E$  - модуль упругости;

$\mu$  - коэффициент Пуассона;

$k$  - максимальные номера удерживаемых гармоник;

$$\lambda_m = \frac{m \cdot \pi}{L}, \quad (6.24)$$

$L$  - длина цилиндрической части котла.

## РАЗДЕЛ 7

### АЛГОРИТМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ЕГО ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

#### 7.1 АЛГОРИТМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ СИСТЕМЫ

Задача статистической линеаризации системы нелинейных дифференциальных уравнений состоит в получении таких значений коэффициентов демпфирования  $\beta_{p,лин}$  в рессорном подвешивании тележек, которые удовлетворяли бы определенному критерию сходимости.

Обычно сходимость оценивается по выполнению одного из следующих неравенств [60]:

$$\xi = \max \left| \frac{\beta_{p,лин}^j - \beta_{p,лин}^{j-1}}{\beta_{p,лин}^j} \right| \leq |\xi|, \quad (7.1)$$

$$\xi = \max \left| \frac{\sigma_{\Delta q_i}^j - \sigma_{\Delta q_i}^{j-1}}{\sigma_{\Delta q_i}^j} \right| \leq |\xi|, \quad (7.2)$$

где  $\beta_{p,лин}^j$  - статистические коэффициенты усиления  $j$ -ой нелинейности;

$|\xi|$  - критерий сходимости, наперед заданная величина;

$\sigma_{\Delta q_i}^j$  - среднеквадратические значения относительной скорости перемещения трущихся поверхностей:

$$\sigma_{\Delta q_i} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\Omega} |\Phi_{\Delta q_i}(\omega)|^2 \cdot S_{f_{\text{н}}}(\omega) \cdot \omega^2 \cdot d\omega + \sum_{i=1}^4 A_i \cdot |\Phi_{\Delta q_i}(\omega_i)|^2 \cdot \omega_i^2}, \quad (7.3)$$

где  $S_{f_{\text{н}}}(\omega)$  и  $A_i$  - соответственно непрерывная и дискретная части спектральной плотности возмущающего воздействия со стороны рельсового пути;

$|\Phi_{\Delta q_i}(\omega_i)|$  - модуль передаточной функции скорости относительного перемещения трущихся поверхностей:

$$|\Phi_{\Delta q_i}(\omega)| = \sqrt{L_{\Delta q_i}^2(j\omega) + N_{\Delta q_i}^2(j\omega)}, \quad (7.4)$$

здесь

$$L_{\Delta q_i}(\omega) = \sum_{i=1}^t (L_{li}(\omega) - L_{ri}(\omega)) \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i) + (N_{li}(\omega) - N_{ri}(\omega)) \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i), \quad (7.5)$$

$$N_{\Delta q_i}(\omega) = \sum_{i=1}^t -(L_{li}(\omega) - L_{ri}(\omega)) \cdot \sin(\omega \cdot \tau_i) + (N_{li}(\omega) - N_{ri}(\omega)) \cdot \cos(\omega \cdot \tau_i), \quad (7.6)$$

здесь  $L_{\Delta q_i}$ ,  $N_{\Delta q_i}$  - соответственно действительная и мнимая части передаточной функции коэффициента относительных перемещений;

$L_{li}$ ,  $N_{li}$  - вещественная и мнимая части АЧХ  $l$ -ой координаты от  $i$ -го входа;

$L_{ri}$ ,  $N_{ri}$  - вещественная и мнимая части АЧХ  $r$ -ой координаты от  $i$ -го входа;

$\omega$  - текущее значения частоты;

$l$ ,  $r$  - номера узлов, взаимодействующих через рессорные комплекты тележек;

$t$  - число входов.

Процедура определения  $\beta_{p,лин}$  может быть представлена в виде следующего итерационного процесса:

- 1 задается начальное значения коэффициента  $\beta_p^0$
- 2 определяется значение  $\sigma_{\Delta\dot{q}_i}^1$  путем решения системы уравнений (2.54);
- 3 по формуле 7.7 определяется первое значение  $\beta_p^1$

$$\beta_p^1 = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \frac{F_i}{\sigma_{\Delta\dot{q}_i}^1}, \quad (7.7)$$

- 4 производится проверка на выполнение неравенства (7.1), при невыполнении неравенства за начальное значение принимается величина, полученная на последнем шаге;
- 5 пункты 1-3 повторяются до выполнения неравенства (7.1).

Как показывает опыт расчетов [31], во многих случаях замена такого неаналитического оператора, каким является член, описывающий сухое трение, приводит к удовлетворительным результатам. Это объясняется тем, что при случайных колебаниях неаналитический характер нелинейности сказывается менее заметно, чем при гармонических колебаниях.

## 7.2 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

Интегралы, определяющие дисперсии выходных процессов, приближенно определяются с помощью квадратурной формулы Гаусса, позволяющей при относительно малом числе узлов интегрирования получить высокую точность, при этом интегрирование производится по интервалам, на которые разбивается частотный диапазон  $0 - \Omega$ :

$$\int_0^{\Omega} f(x)dx = \int_0^{b_1} f(x)dx + \int_{b_1}^{b_2} f(x)dx + \dots + \int_{b_{m-1}}^{\Omega} f(x)dx, \quad (7.8)$$

Слагаемые, входящие в формулу (7.35) вычисляются по формуле:

$$\int_{b_{i-1}}^{b_i} f(x)dx \cong \frac{b_i - b_{i-1}}{2} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot f(x_j), \quad (7.9)$$

Где  $b_i, b_{i-1}$  - соответственно верхний и нижний пределы интегрирования в  $i$ -ом интервале частот;

$2n - 1$  - порядок квадратурной формулы;

$A_j$  - коэффициенты квадратурной формулы, определяемые из таблиц;

$$x_j = \frac{b_i + b_{i-1}}{2} + \frac{b_i - b_{i-1}}{2} \cdot t_j, \quad (7.10)$$

здесь  $t_j$  - абсцисса квадратурной формулы, определяется в зависимости от порядка квадратурной формулы по специальным таблицам.

С учетом (7.9) формула (7.8) запишется в виде:

$$\int_0^{\Omega} f(x)dx \cong \sum_{i=1}^m \frac{b_i - b_{i-1}}{2} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot f(x_j), \quad (7.11)$$

Где  $m$  - число интервалов, на которые разбивается частотный диапазон.

Решение систем алгебраических уравнений осуществляется методом Гаусса с выбором главного элемента.

## РАЗДЕЛ 8

### **ПОКАЗАТЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНОВ ЦИСТЕРН ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО РЕЛЬСОВОМУ ПУТИ**

Для апробации изложенной методики по оценке динамической нагруженности элементов вагонов цистерн и разработанного на ее основе программного комплекса, в качестве объекта исследований были приняты восьмиосная цистерна модели 15-1500, прошедшая полный цикл испытаний, и четырехосная цистерна модели 15-1547, которые характеризуются улучшенными технико-экономическими параметрами.

Параметры динамического состояния элементов цистерн определялись в интервале скорости движения (10-130) км/ч с шагом 10 км/ч.

При каждой фиксированной скорости движения определялись среднеквадратические значения:

- ✓ Перемещений, скоростей и ускорений обобщенных координат;
- ✓ Динамические инерционные силы;
- ✓ Коэффициенты динамики для элементов конструкции, рессорных комплектов и взаимодействия колесных пар и рельсового пути;
- ✓ Динамические напряжения в оболочке котла и шпангоутах;
- ✓ Эффективные частоты колебаний и широкополосность случайного процесса.

Для оценки максимальных значений выходных параметров использовалось «правило трех сигм», в соответствии с которым максимально возможные значения параметра, с вероятностью 0,9973, не будут превышать величины  $3 \cdot \sigma$ , где  $\sigma$  - среднеквадратическое значение параметра.

Помимо указанных параметров определялись напряжения в оболочке и шпангоутах при I и III (без учета динамической добавки) режимам нагружения (табл. 8.1 - 8.3), а также усилия и перемещения узлов подсистемы нижних ярусов от статической нагрузки.

Таблица 8.1 Напряжения в среднем сечении оболочки котла

Угловая координата, град.	Напряжения на поперечных площадках оболочки, МПа	Напряжения на продольных площадках оболочки, МПа	Радиальные перемещения, м
<b>I режим нагружения</b>			
0	-10,4	-4,31	-0,0032
30	-4,92	-2,21	-0,00161
60	5,7	2,09	0,00159
90	9,87	4,35	0,00321
120	4,1	2,21	0,00162
150	-4,99	-2,17	-0,00161
180	-8,88	-4,39	-0,00322
<b>III режим нагружения</b>			
0	-7,93	-3,07	-0,00229
30	-3,93	-1,6	-0,00115
60	4,25	1,46	0,00113
90	7,85	3,12	0,0023
120	3,66	1,61	0,00117
150	-3,97	-1,56	-0,00115
180	-7,52	-3,17	-0,00232

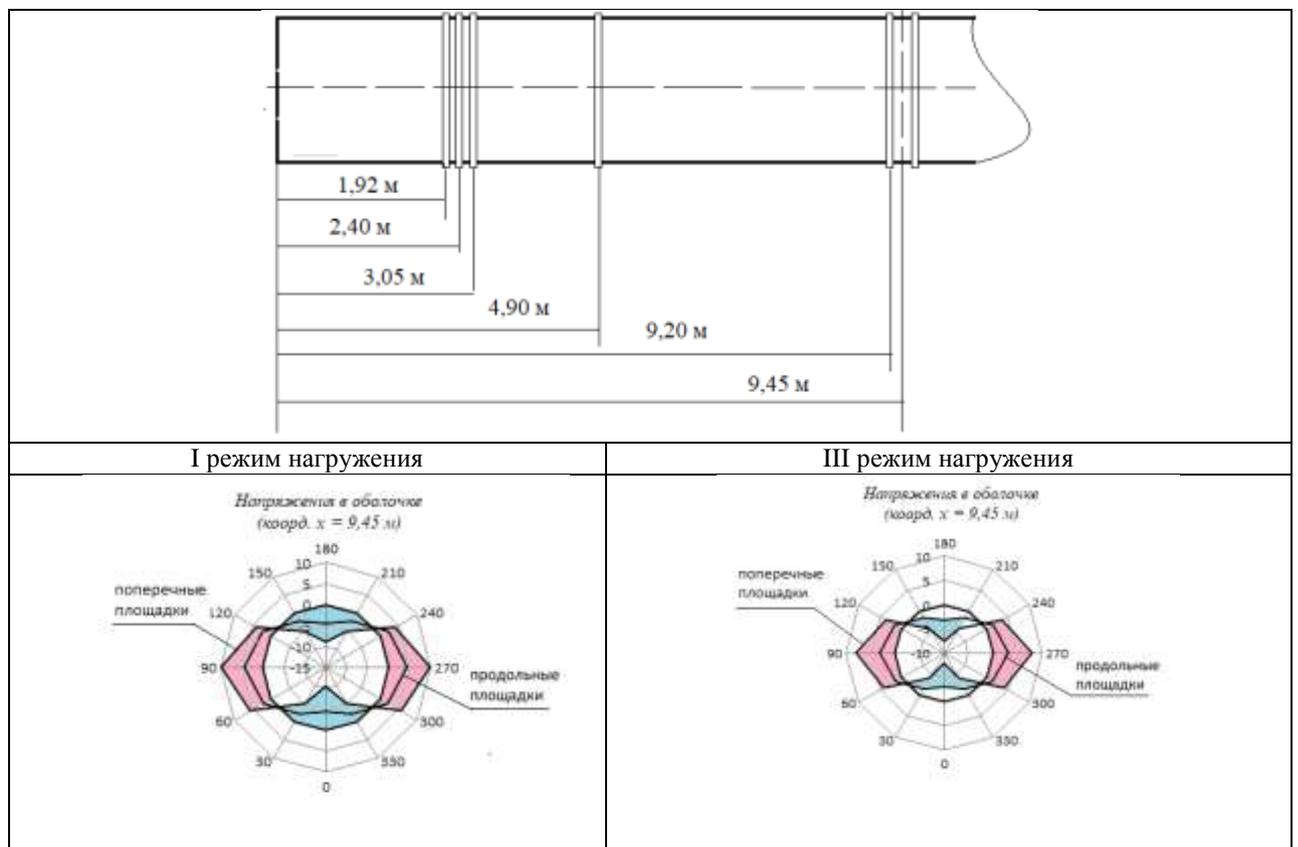
Таблица 8.2 Напряжения (МПа) в шпангоутах

Угловая координата, град.	Координата установки шпангоута на котле, м				
	192,2	249	305	490	920
1	2	3	4	5	6
<b>I режим нагружения</b>					

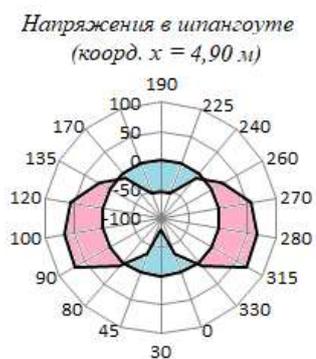
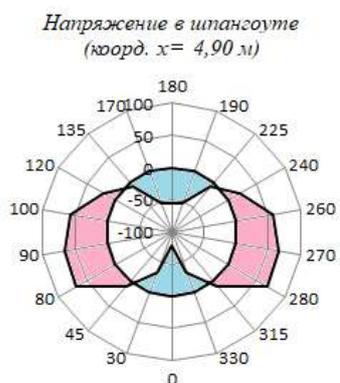
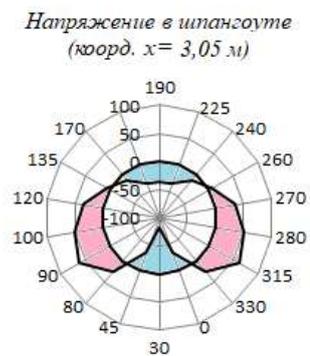
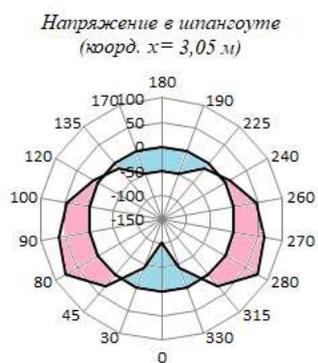
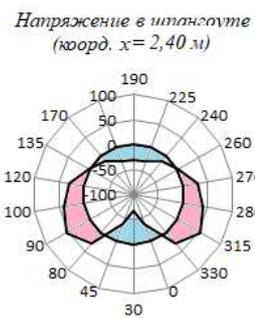
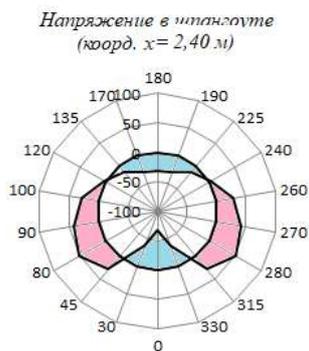
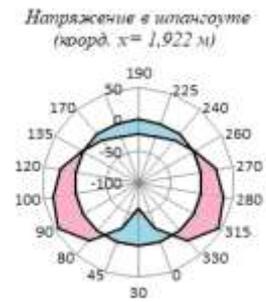
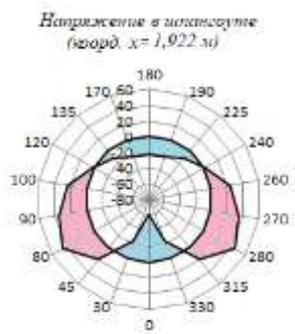
Конец таблицы 8.2

1	2	3	4	5	6
0	-65,8	-80,3	-102	-110	-83,7
30	-26	-43,4	-43,2	-44,9	-42,4
45	15	28,6	29,4	13,6	-0,694
80	52,7	64,5	78,3	93,7	79,2
90	46,5	54,1	64,3	89,9	84,8
100	35,4	40,6	46,6	75,4	80,1
120	8,03	9,46	10,4	27,5	43,1
135	-10,3	-12,2	-13,6	-12	0,482
170	-32,2	-40,6	-48,5	-70	-80,2
180	-33,2	-42,1	-50,6	-73,3	-85,4
III режим нагружения					
0	-60,5	-67,9	-81,6	-79,9	-59,5
30	-23,4	-37,2	-33,7	-33,4	-30,4
45	19,4	28,4	24,5	8,91	-0,856
80	45,3	52,6	62,4	69,1	56,5
90	35,8	42	50,6	67,1	60,8
100	23,9	29,3	35,6	57	57,7
120	1,34	3,69	5,9	21,7	31,4
135	-10,7	-12	-12,3	-8,21	0,728
170	-22,8	-29,4	-35,9	-53,1	-58
180	-23,4	-30,3	-37,2	-55,6	-61

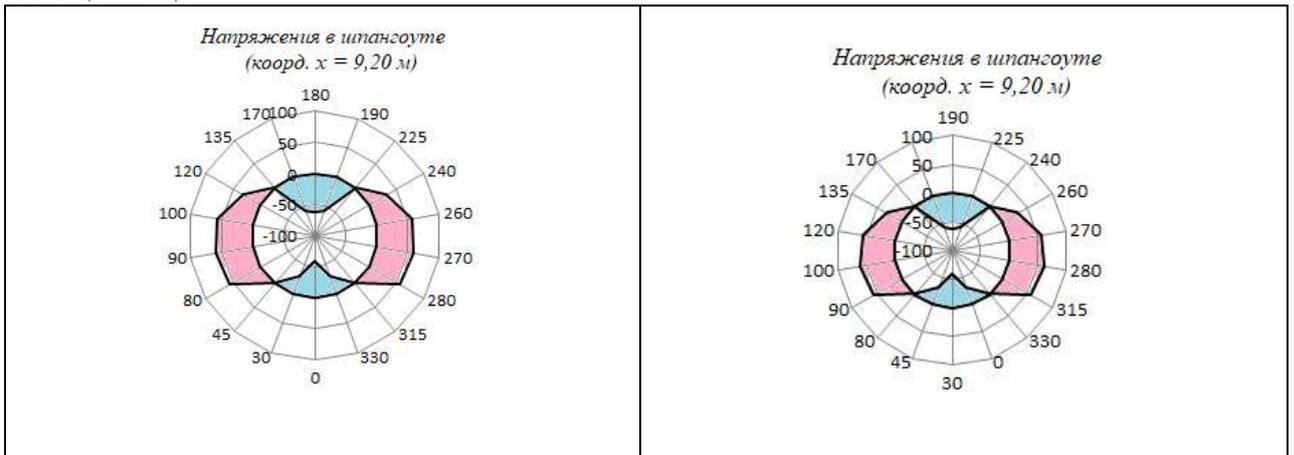
Таблица 8.3 Распределение напряжений в поперечном сечении котла



Продолжение таблицы 8.3



Конец таблицы 8.3



Статические силы, действующие на подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны, приведены на рис. 8.1. Перемещения узлов подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны от статической нагрузки представлены на рис. 8.2.

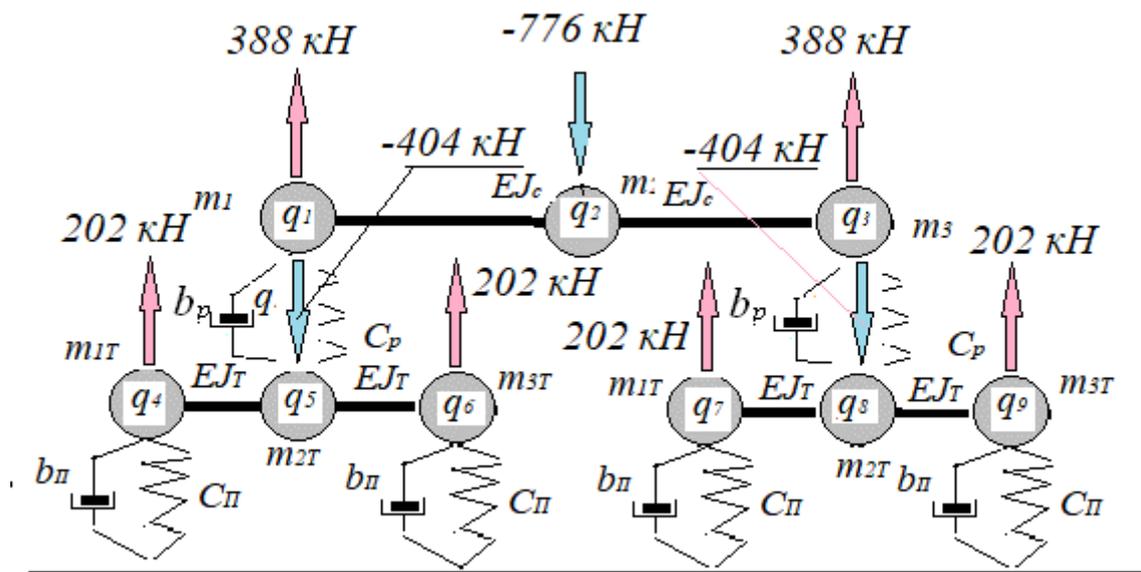


Рисунок 8.1 - Статические силы, действующие на подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны

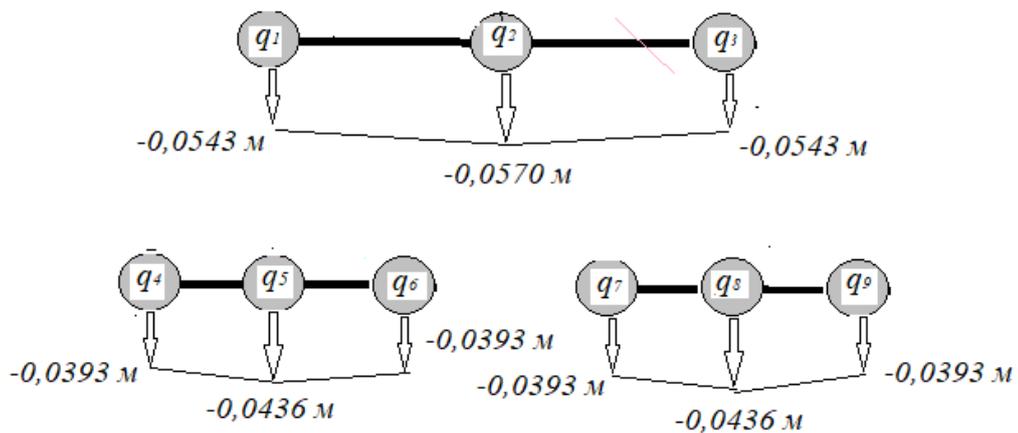


Рисунок 8.2 –Перемещения узлов подсистемы нижних ярусов восьмиосной цистерны от статической нагрузки

Результаты линеаризации нелинейной математической модели колебаний цистерн показали, что полученные эквивалентные значения коэффициентов демпфирования для скоростей до 60 км/ч многократно превышают значения для диапазона скоростей (60-130) км/ч (рис. 8.3, 8.4).

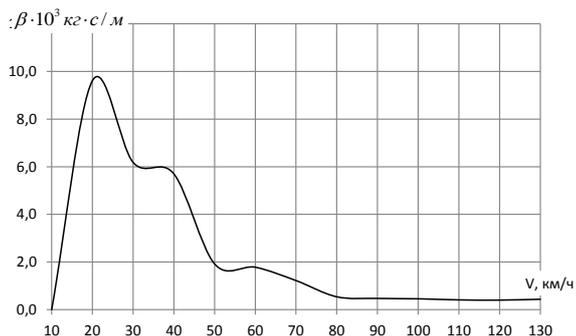


Рисунок 8.3 – Эквивалентные коэффициенты демпфирования, полученные в результате линеаризации математической модели для 8-осной цистерны

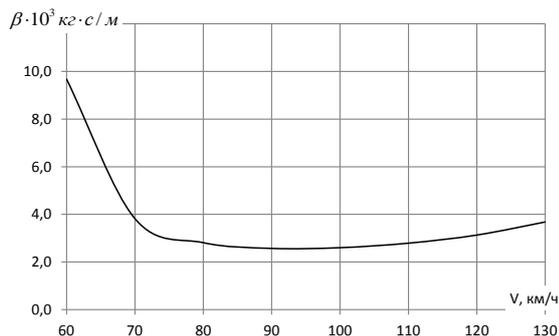


Рисунок 8.4 – Эквивалентные коэффициенты демпфирования, полученные в результате линеаризации математической модели для 4-осной цистерны

Такая особенность коэффициентов демпфирования рессорных комплектов свидетельствует, что при скоростях движения груженого вагона до 60 км/ч, рессорные комплекты не работают, что подтверждается многочисленными исследованиями, проведенными во ВНИИЖТе, ДИИТе, МИИТе, ЛИИЖТе и других институтах.

Максимальные значения коэффициентов динамики рессорных комплектов для 8-осной цистерны составили 0,304 при скорости 110 км/ч (рис. 8.5), для 4-осной цистерны - 0,28 при скорости 104 км/ч (рис. 8.6).

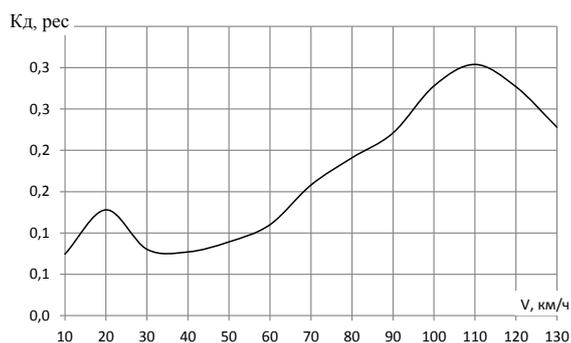


Рисунок 8.5 – Коэффициенты динамики рессорных комплектов тележек восьмиосной цистерны

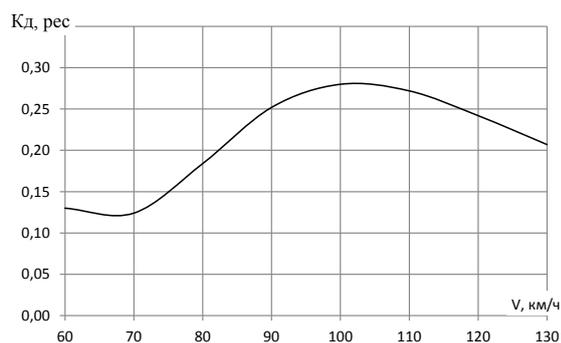


Рисунок 8.6 – Коэффициенты динамики рессорных комплектов тележек четырехосной цистерны

Коэффициенты динамики для восьмиосной и четырехосной цистерн имеют существенные отличия, так для восьмиосной цистерны коэффициенты динамики с ростом скорости движения увеличиваются (рис. 8.7), а для четырехосной максимальные значения достигаются при скорости 98 км/ч (рис. 8.8).

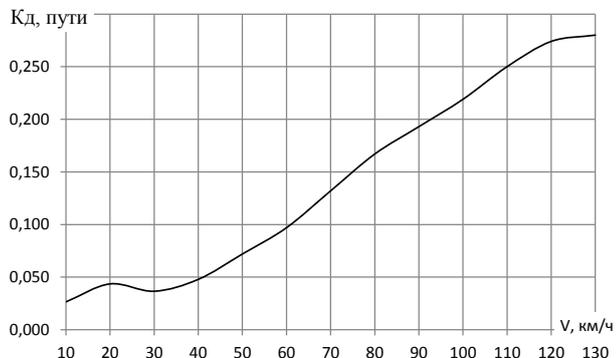


Рисунок 8.7 – Коэффициенты динамики рельсового пути для 8-осной цистерны

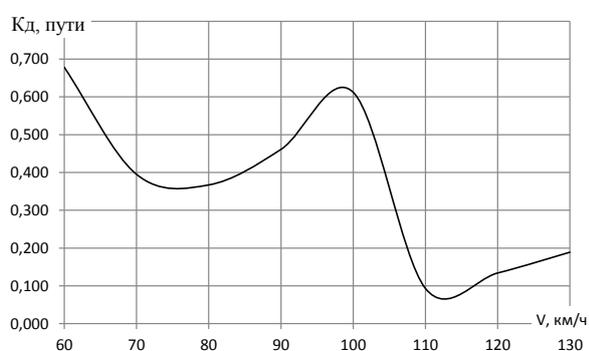


Рисунок 8.8 – Коэффициенты динамики рельсового пути для 4-осной цистерны

## РАЗДЕЛ 9

### ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ВОСЬМИОСНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ

Анализ результатов расчетных исследований свидетельствует, что кинематические и силовые параметры, характеризующие динамическое состояние элементов конструкции, для различных узлов в пределах одного элемента, отличаются не только по величине, но и по характеру изменения параметра (Приложение Б).

#### 9.1 ДИНАМИЧЕСКАЯ НАГРУЖЕННОСТЬ КОТЛА

Оболочка котла цистерны подкреплена десятью шпангоутами, расположенными по три над опорой, две в средней части котла и по одному между средней и опорной частью котла.

Опора котла и шкворневая балка разбиваются по дуге оболочки на отдельные участки (рис. 9.1), для каждого из концов участка определяются площадь и момент инерции поперечного сечения, которые затем усредняются.

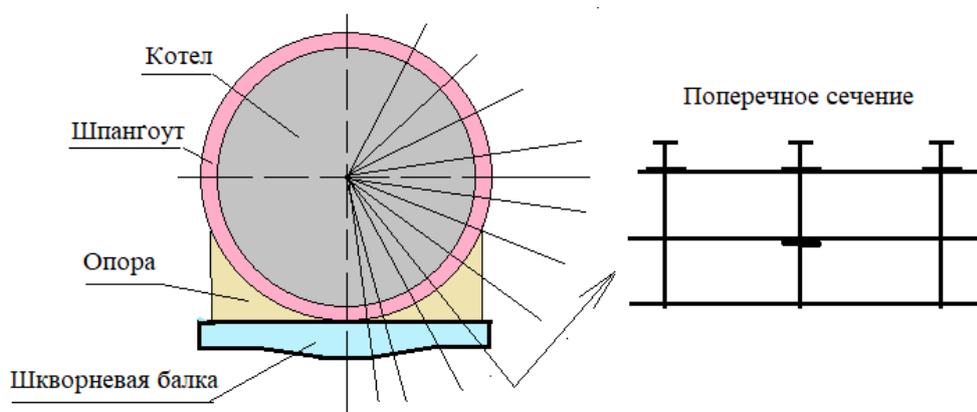


Рисунок 9.1 – Схема разбиения опоры котла на участки

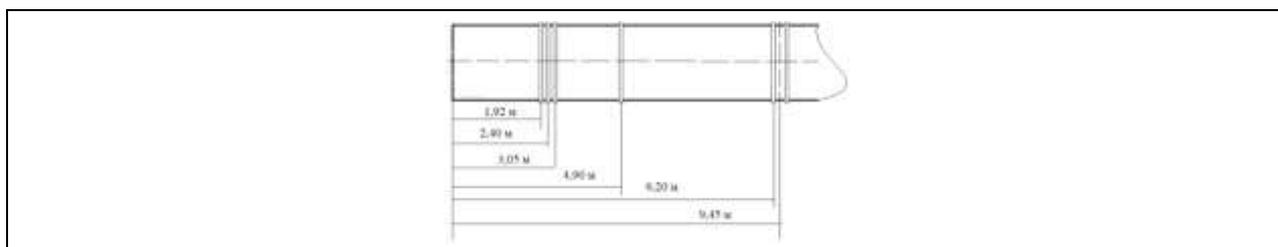
Основные параметры, характеризующие динамическую нагруженность котла, приведены в Приложении Б. Амплитуда перемещений опорного узла достигают максимальных значений для скорости движения 40 км/ч, а для скоростей и ускорений - при скоростях 50 км/ч, 72 км/ч и 115 км/ч (Приложение Б, табл. Б.1).

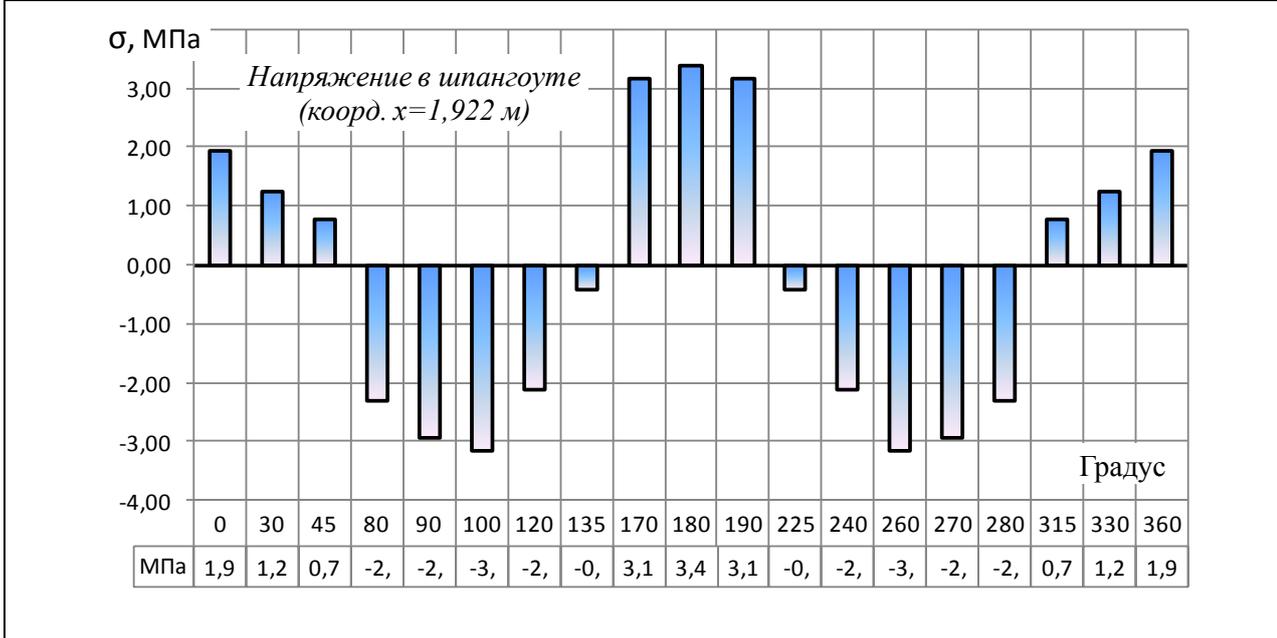
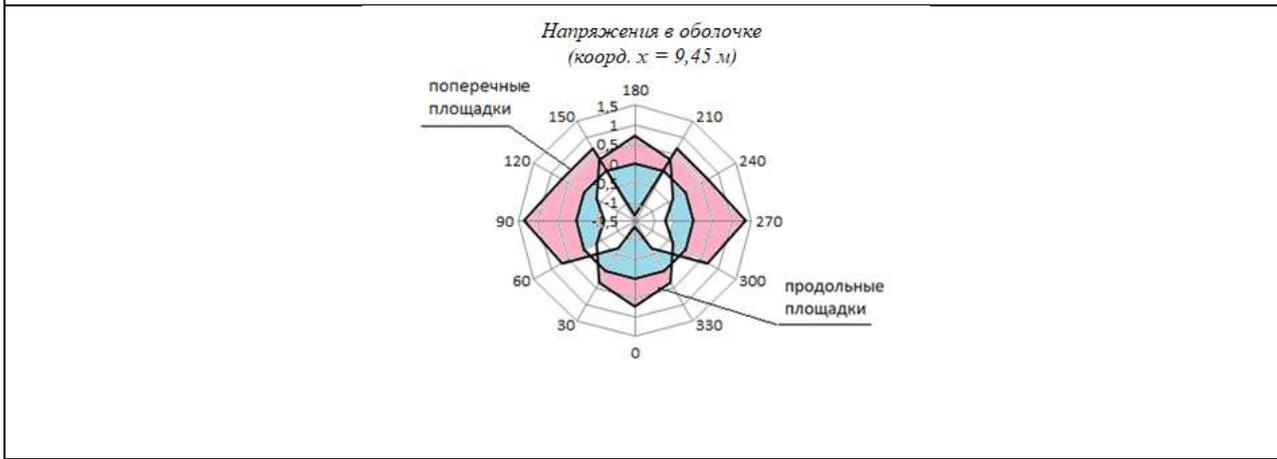
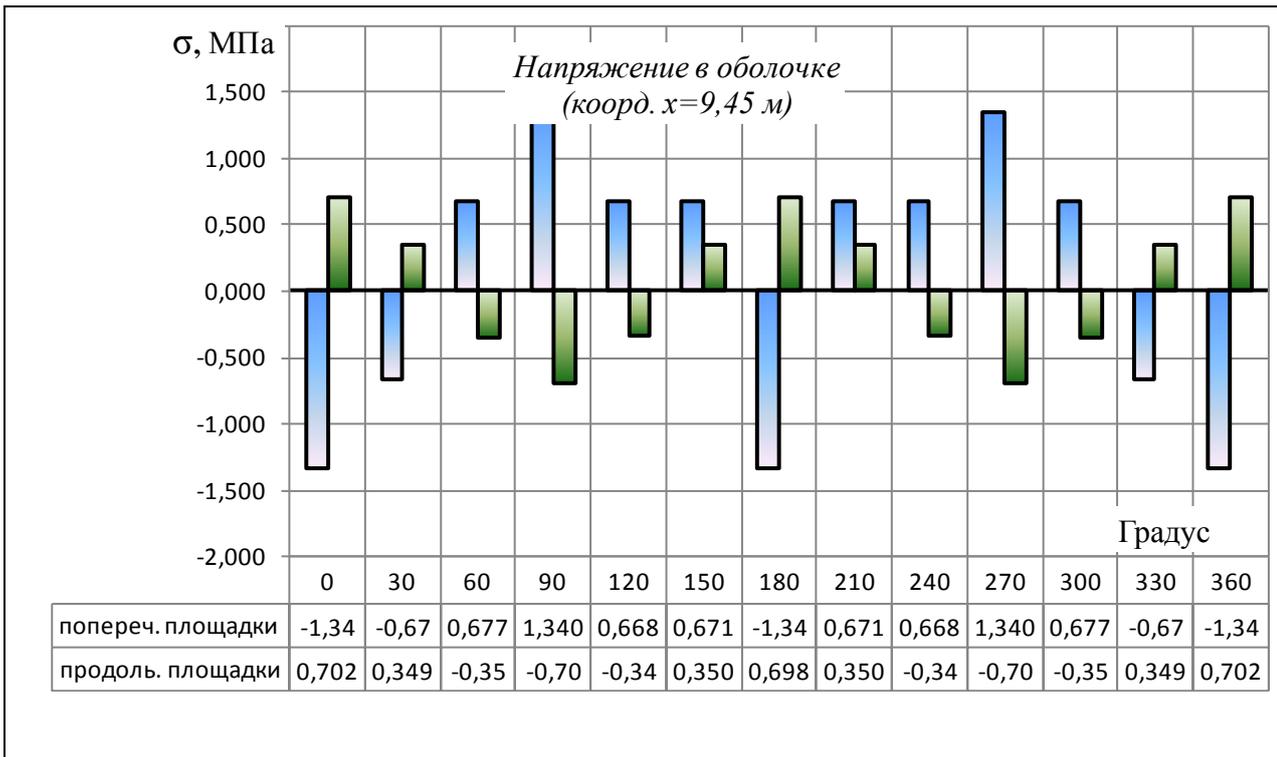
Эффективная частота колебаний для диапазона скоростей (60-130) км/ч составила (9,3-11,1) 1/с. Напряжения в оболочке котла в среднем сечении и шпангоутах имеют два локальных максимума – при скорости 60 км/ч и 90 км/ч, причем наибольшие значения соответствуют скорости 90 км/ч при эффективной частоте колебаний 10,9 Гц (Приложение Б, табл. Б.2).

Характер распределения напряжений по сечению котла свидетельствует (табл. 9.1), что напряжения достигают максимальных значений по нижней и верхней образующим котла, причем наиболее нагруженными является среднее сечение котла и средние шпангоуты. Результаты экспериментальных динамико-прочностных исследований восьмиосной цистерны показали, что максимальные напряжения зафиксированы в диапазоне скоростей 70-90 км/ч, а частота изменения напряжений составила 9,5-11 Гц [68].

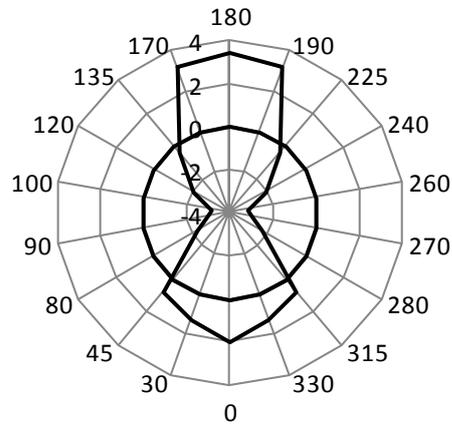
Сравнительный анализ результатов экспериментальных и расчетных данных, по изложенной методике, исследований показал их удовлетворительную сходимость (рис. 9.2, 9.3).

Таблица 9.1. Распределения напряжений в поперечных сечениях элементов котла при скорости 90 км/ч



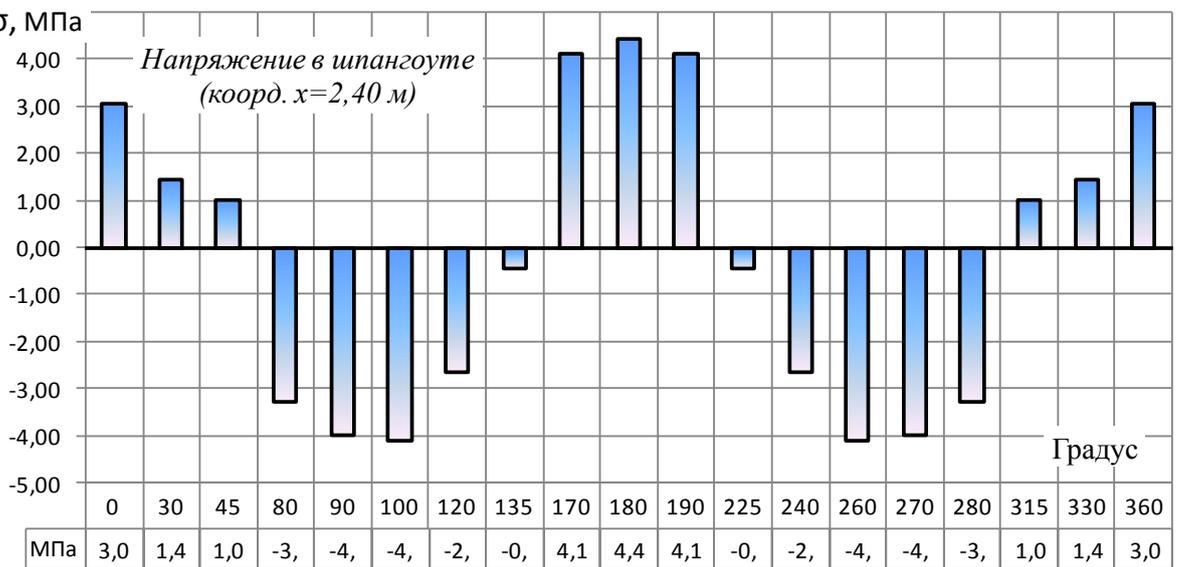


Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=1,922$  м)

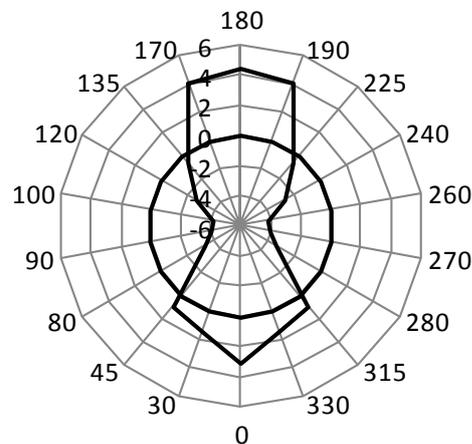


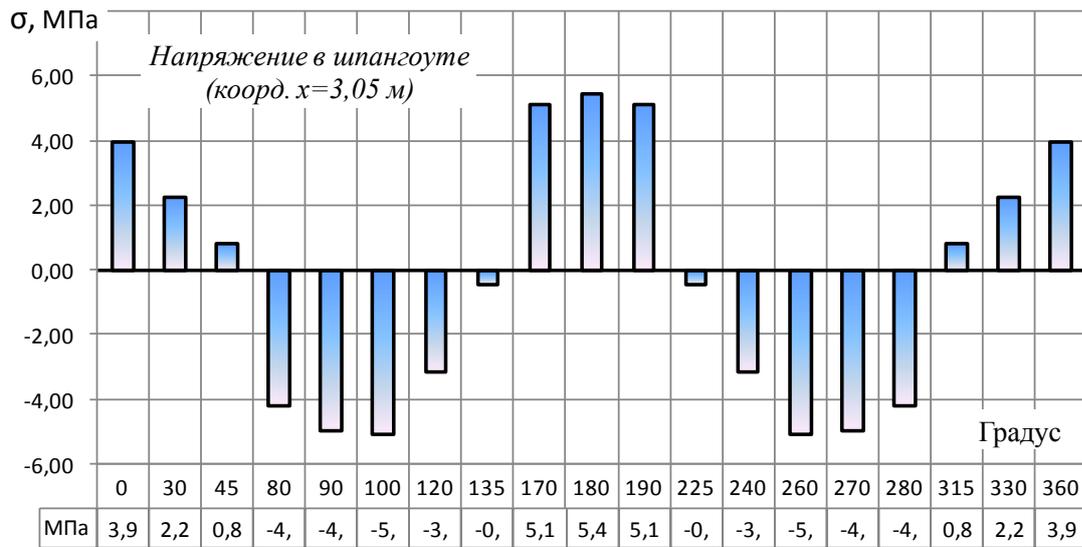
$\sigma$ , МПа

Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=2,40$  м)

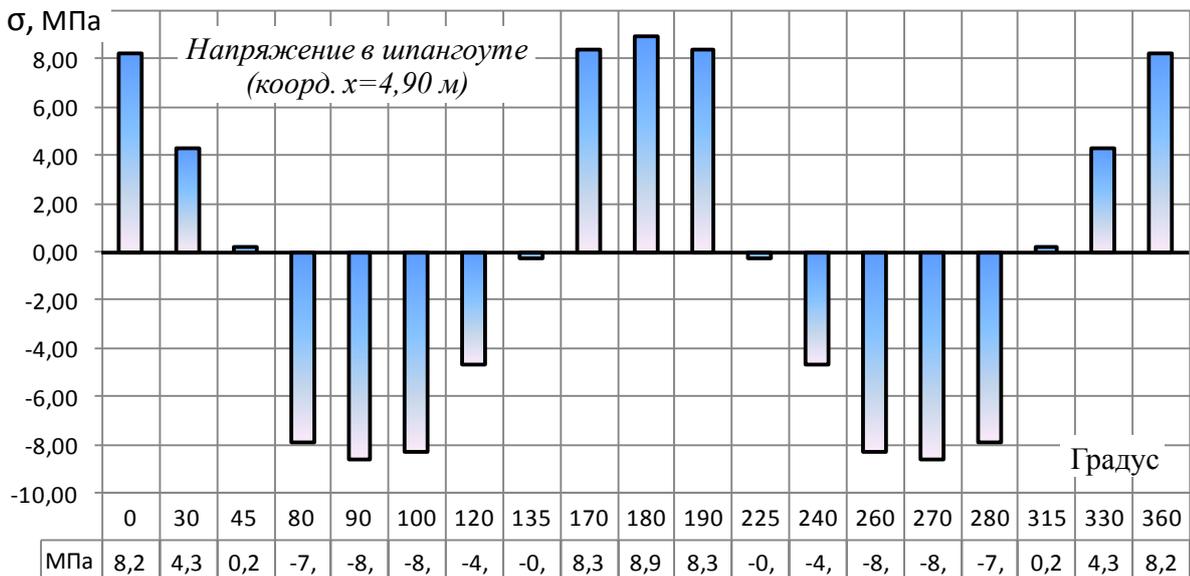
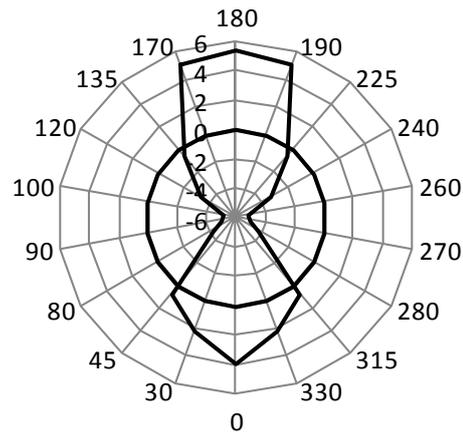


Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=2,40$  м)

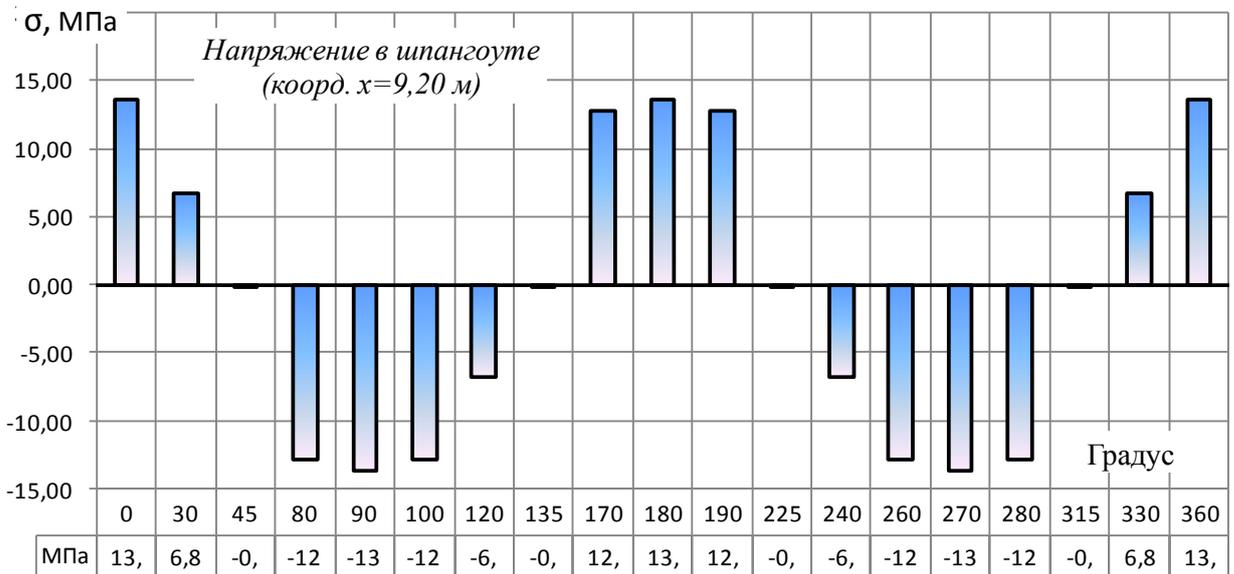
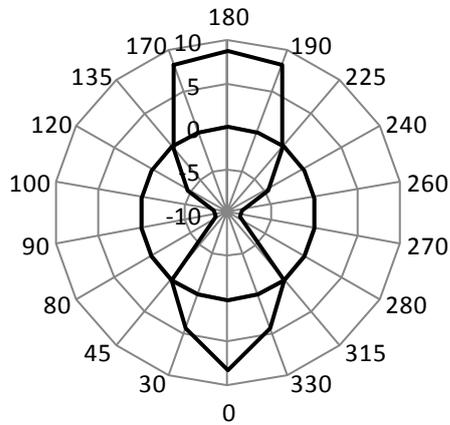




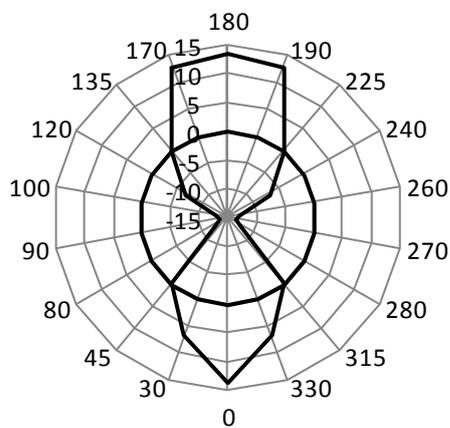
Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=3,05$  м)



Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=4,90$  м)



Напряжение в шпангоуте  
(коорд.  $x=9,20$  м)



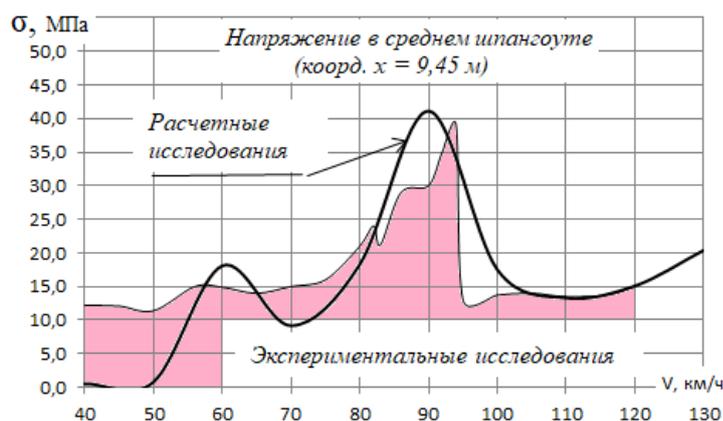


Рисунок 9.2 – Область значений напряжений в среднем шпангоуте, полученных в результате расчетных исследований и динамико-прочностных испытаний при скорости 90 км/ч (т. 320, сечение К-К[68])

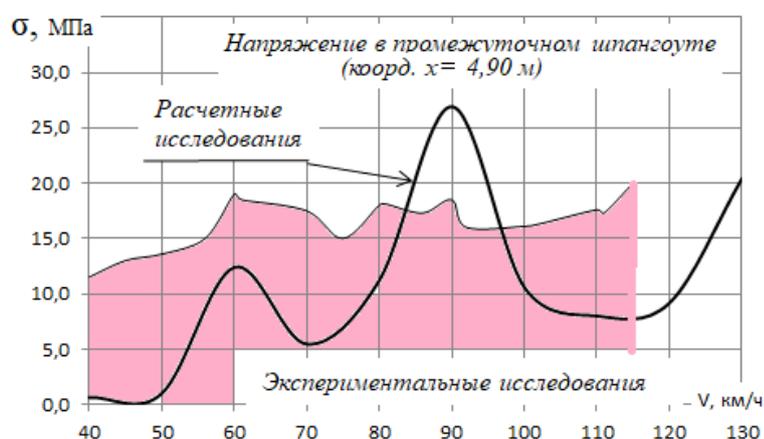


Рисунок 9.3 – Область значений напряжений в промежуточном шпангоуте, полученные в результате расчетных исследований и динамико-прочностных испытаний при скорости 90 км/ч (т. 316, сечение К-К [68])

## 9.2 ДИНАМИЧЕСКАЯ НАГРУЖЕННОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ БАЛКИ И ТЕЛЕЖКИ

Величины перемещений, скоростей и ускорений для крайнего сечения соединительной балки более чем в два раза превышают аналогичные параметры среднего сечения, причем максимальные значения достигаются при скоростях соответственно 110 км/ч и 80 км/ч (Приложение Б, табл. Б.3-соединительная балка). Характер изменения параметров для среднего сечения соединительной балки определяется взаимодействием с котлом, о чем свидетельствуют экстремумы значений в диапазоне скоростей движения 80-90 км/ч. При этом эффективная частота колебаний составляет 9,5 Гц при скорости 110 км/ч (Приложение Б, табл. Б.3-соединительная балка).

Амплитуды кинематических параметров для крайних узлов тележки возрастают с увеличением скорости движения, для среднего узла, который взаимодействует с соединительной балкой, максимальные значения соответствуют скорости 100 км/ч (Приложение Б, табл. Б.3-тележка). Эффективная частота колебаний для крайних узлов тележки изменяется по возрастающей от 3,9 Гц при скорости 50 км/ч до 6,3 Гц при скорости 130 км/ч, для среднего сечения максимальная частота колебаний составляет 5,3 Гц при скорости 100 км/ч (Приложение Б, табл. Б.3-тележка).

Наибольшие величины коэффициентов динамики для крайнего сечения соединительной балки соответствуют скорости 110-120 км/ч, для среднего сечения – 90 км/ч (Приложение Б, табл. Б.4- соединительная балка). Максимальные значения коэффициента динамики для крайнего сечения соединительной балки составили 0,305 (Приложение Б, табл. Б.4- соединительная балка). Среднеквадратические значения динамических сил для крайнего сечения составили 39,5 кН при скорости движения 120 км/ч, для среднего – 26,4 кН при скорости движения 90 км/ч.

Для тележки, наиболее нагруженной является крайнее сечение, причем с ростом скорости коэффициенты динамики возрастают и при скорости 130 км/ч достигают величины 0,239, а максимально возможные – 0,716 (Приложение Б, табл. Б.3-тележка), в диапазоне скоростей 60-90 км/ч максимальные значения составляют 0,269-0,48.

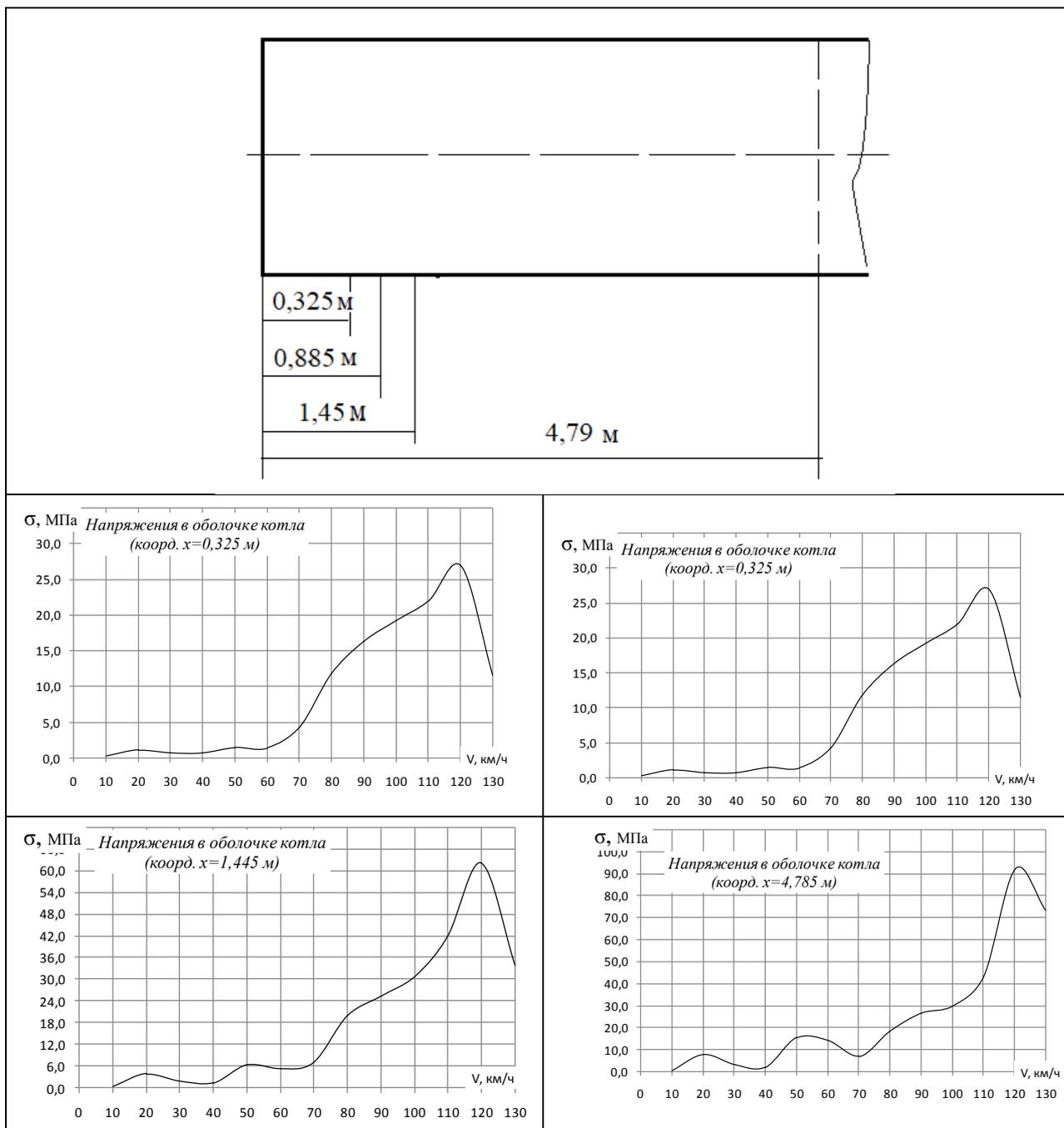
## РАЗДЕЛ 10

### ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЧЕТЫРЕХОСНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ

Наибольшие значения кинематических параметров для опорного узла (амплитуды, скорости и ускорения) реализуются в диапазоне скоростей 40-50 км/ч, а эффективные частоты колебаний котла в диапазоне скоростей движения (50-130) км/ч составляют (8,96-12,7) Гц (Приложение В, таблица В.1).

Напряжения в оболочке котла достигают максимальных значений при скорости движения 120 км/ч (табл. 10.1).

Таблица 10.1. Напряжения в оболочке котла при движении вагона



Для подрессорных элементов тележки и рамы, а также среднего сечения максимальные кинематические составляющие соответствуют скорости движения 100 км/ч, для крайнего сечения кинематические параметры имеют тенденцию увеличения с ростом скорости движения (Приложение В, таблица В.2).

Эффективные частоты колебаний для поддресоренных элементов тележки и рамы для диапазона скоростей 80-120 км/ч находятся в пределах 10-12 Гц, что обусловлено влиянием котла, для необдресоренных частот – (6,2-6,8) Гц (Приложение В, таблица В.2).

Наибольшие среднеквадратические значения коэффициентов динамики для поддресоренных элементов тележки и рамы составили 0,179 и соответствуют скорости 100 км/ч, а максимальные (правило трех «сигм») – 0,537 (Приложение В, таблица В.3). Для крайних сечений тележки среднеквадратические значения коэффициентов динамики с ростом скорости увеличиваются и для диапазона скоростей (70-130) км/ч составляют 0,115-0,24, а максимальные 0,345-0,721 (Приложение В, таблица В.3).

Наибольшие среднеквадратические значения динамических сил для поддресоренных элементов тележки и рамы составили 72,6 кН и соответствуют скорости 100 км/ч, а максимальные (правило трех «сигм») – 218 кН (Приложение В, таблица В.3). Для крайних сечений тележки среднеквадратические значения динамических сил с ростом скорости увеличиваются и для диапазона скоростей (70-130) км/ч составляют 23,53-49,33 кН а максимальные 70,6-148 кН (Приложение В, таблица В.3).

**ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН**

Пакет прикладных программ для автоматизации расчета динамической нагруженности железнодорожных цистерн написан на алгоритмическом языке FORTRAN-IV и представлен тремя отдельными программными комплексами, именуемыми в дальнейшем программами: «SIS», «STDIN», «SPECTR».

Программа «SIS» предназначена для определения кинематических и силовых параметров состояния динамической системы при воздействии случайных неровностей рельсового пути на колесные пары. Программа «STDIN» – для определения динамических напряжений в элементах котла. Эти программы функционируют независимо друг от друга, однако вторая программа использует результаты расчета первой. Программный комплекс «SPECTR» предназначен для определения АЧХ, передаточных функций, а также спектральных плотностей выходных параметров в заданном спектре частот. Следует отметить, что все три программы используют одни и те же исходные данные.

*11.1 НАЗНАЧЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «SIS»*

Особенностью программы является возможность расчета как линейных, так и нелинейных динамических систем. Программа имеет оверлейную структуру (рис. 11.1) и состоит из 30 программных модулей (процедур).

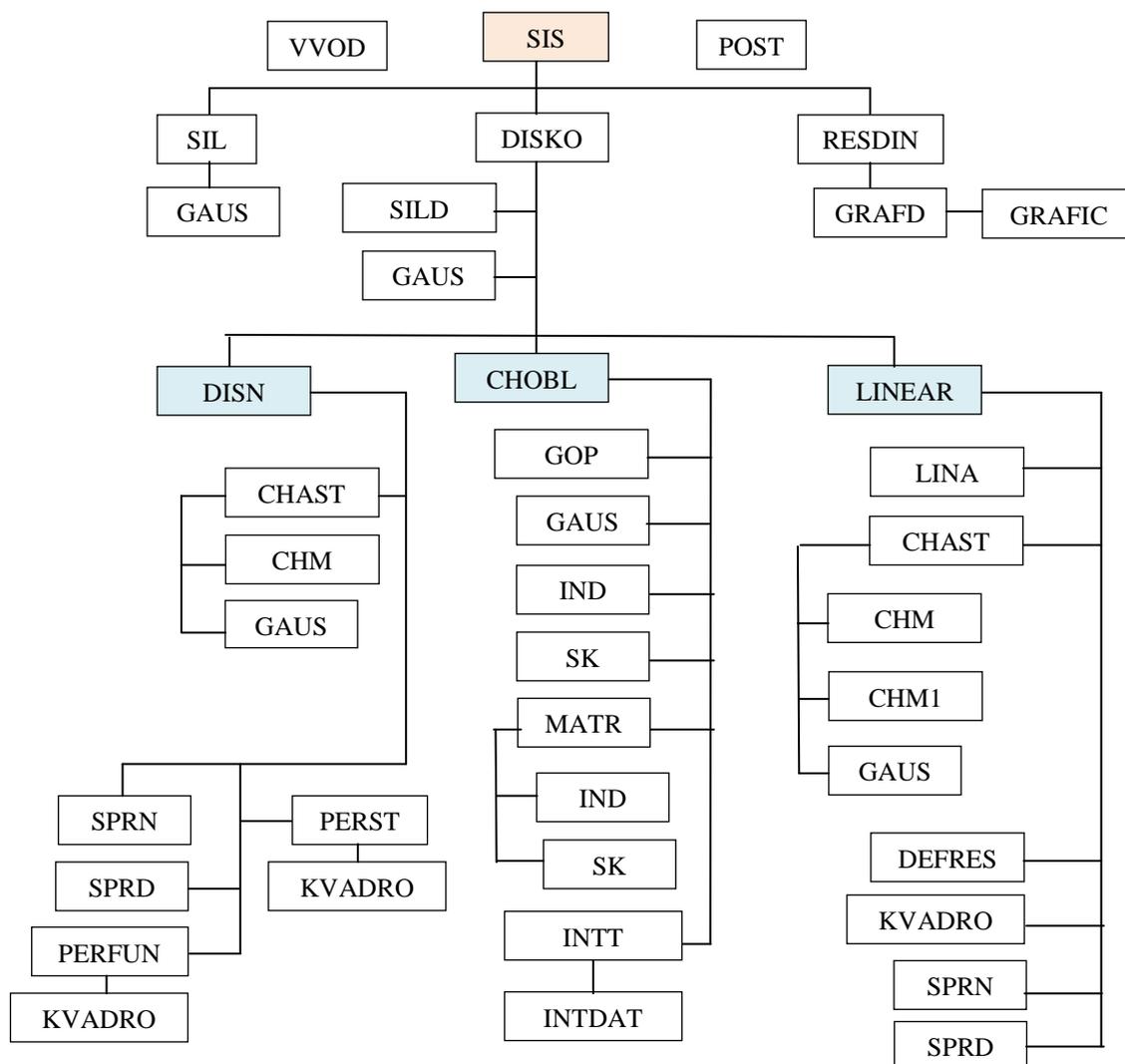


Рисунок 11.1 – Оверлейная структура программного комплекса «SIS».

#### Функциональное назначение подпрограмм:

- ✓ SIS – Основной управляющий модуль;
- ✓ VVOD – подпрограмма ввода исходной информации для расчета;
- ✓ POST – подпрограмма определения жесткостных и инерционных параметров;
- ✓ SIL – подпрограмма определения узловых сил соединительных балок и тележек от статической нагрузки;
- ✓ DISKO – подпрограмма определения среднеквадратических выходных параметров динамической системы и запись их в файл на диске с целью использования при определении динамических напряжений в элементах котла;
- ✓ SILD – подпрограмма определения динамических узловых сил;
- ✓ CHOBL – подпрограмма определения массива аргументов для квадратурной формулы Гаусса и АЧХ опорных узлов котла;
- ✓ DISN – подпрограмма определения дисперсии выходных параметров динамической системы;
- ✓ PERST – подпрограмма определения квадрата модуля передаточной функции коэффициентов динамики рессорных комплектов и взаимодействия колесных пар и рельсового пути;
- ✓ LINEAR – подпрограмма определения линеаризованных значений коэффициентов демпфирования рессорных комплектов тележек;
- ✓ LINA – подпрограмма определения дисперсии скорости
- ✓ DEFRES – подпрограмма определения квадрата модуля передаточных функций разности перемещений обобщенных координат, взаимодействующих через рессорные комплекты;
- ✓ RESDIN – подпрограмма записи результатов расчета в файл;
- ✓ GRAFD – подпрограмма подготовки результатов расчета для вывода в виде графика;
- ✓ CHM – подпрограмма формирования системы алгебраических уравнений для определения АЧХ обобщенных координат;
- ✓ GAUS – подпрограмма решения системы алгебраических уравнений методом Гаусса;
- ✓ SPRN – подпрограмма вычисления непрерывной части спектральной плотности возмущающего воздействия;
- ✓ SPRD – подпрограмма вычисления дискретной части спектральной плотности возмущающего воздействия;
- ✓ PERFUN – подпрограмма определения и формирования массива значений квадрата модуля передаточных функций обобщенных координат;
- ✓ KVADRO – подпрограмма вычисления квадрата модуля передаточной функции;
- ✓ GRAFIC – подпрограмма вывода результатов в виде графика.

#### 11.2 НАЗНАЧЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «STDIN»

Динамические напряжения в оболочке (на поперечных и продольных площадках) котла и шпангоутах определяются от действия сил, действующих со стороны подсистемы нижних ярусов (соединительная балка и тележка), частота воздействия принимается равной эффективной частоте колебаний котла.

Оверлейная структура приведена на рис. 11.2.

#### Функциональное назначение подпрограмм:

- ✓ SDIN – Основной управляющий модуль;
- ✓ NAPR – подпрограмма определения коэффициентов гармонического ряда для котла ;
- ✓ VECT – подпрограмма вычисления вектора сил, действующих на котел;
- ✓ MATR – подпрограмма определения коэффициентов матрицы жесткости для котла;
- ✓ INST – подпрограмма вычисления коэффициентов, стоящих на главной диагонали матрицы жесткости для котла;
- ✓ IND – подпрограмма вычисления коэффициентов матрицы инерции для котла;
- ✓ SK – подпрограмма вычисления вспомогательного сомножителя для определения коэффициентов матриц жесткости и инерции для котла;
- ✓ STRESS – подпрограмма определения напряжений в элементах котла;
- ✓ RESULT – подпрограмма вывода значений напряжений в табличном виде;
- ✓ STRAN – подпрограмма перехода на следующую страницу при выводе информации;

- ✓ GRAFST – подпрограмма подготовки для вывода результатов расчета в виде графиков;
- ✓ GRAFIC – подпрограмма вывода результатов расчета в виде графиков;
- ✓ POST – подпрограмма определения жесткостных и инерционных параметров;
- ✓ VVOD – подпрограмма ввода исходной информации для расчета;

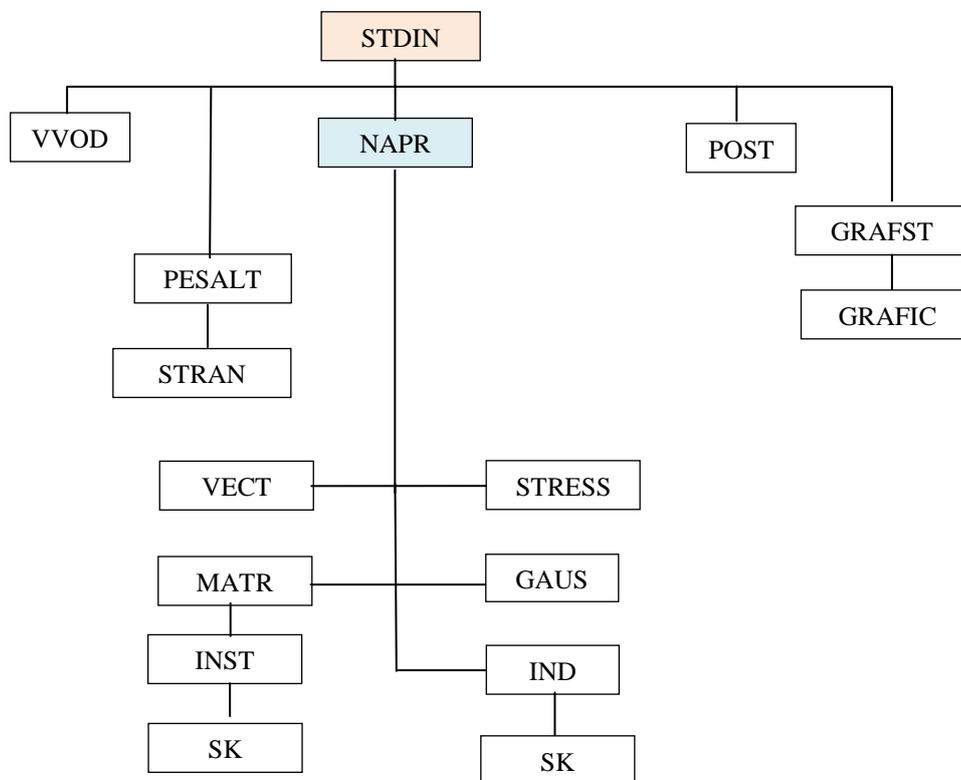


Рисунок 11.3 – Оверлейная структура программного комплекса «STDIN».

### 11.3 НАЗНАЧЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «SPECTR»

Важнейшими характеристиками динамической системы являются ее амплитудно-фазовые частотные характеристики и передаточные функции. Программа «SPECTR» позволяет, не производя сложных расчетов, осуществлять выбор таких инерционных, жесткостных и диссипативных параметров цистерны, которые оптимальным образом отвечают функциональному назначению объекта.

Оверлейная структура программы приведена на рис. 11.3.

Функциональное назначение подпрограмм:

- ✓ SPECTR – Основной управляющий модуль, в котором предусмотрен, в диалоговом режиме, ввод начального значения и шага изменения частоты и скорости движения;
- ✓ VVOD – подпрограмма ввода исходной информации для расчета;
- ✓ CHOBL – подпрограмма определения АЧХ опорных узлов котла при воздействии на них динамического усилия со стороны подсистемы нижних ярусов;
- ✓ SPKR – подпрограмма определения АЧХ, модулей передаточных функций и спектральных плотностей обобщенных координат;
- ✓ GOP – подпрограмма определения вектора силового воздействия на опорный узел;
- ✓ IND – подпрограмма вычисления коэффициентов матрицы инерции для котла;
- ✓ MATR – подпрограмма определения коэффициентов матрицы жесткости для котла;
- ✓ INST – подпрограмма вычисления коэффициентов, стоящих на главной диагонали матрицы жесткости для котла;

- ✓ SK – подпрограмма вычисления вспомогательного сомножителя для определения коэффициентов матриц жесткости и инерции для котла;
- ✓ CHAST – подпрограмма для определения действительных и мнимых составляющих АЧХ обобщенных координат;
- ✓ CHM – подпрограмма формирования системы алгебраических уравнений для определения АЧХ обобщенных координат;

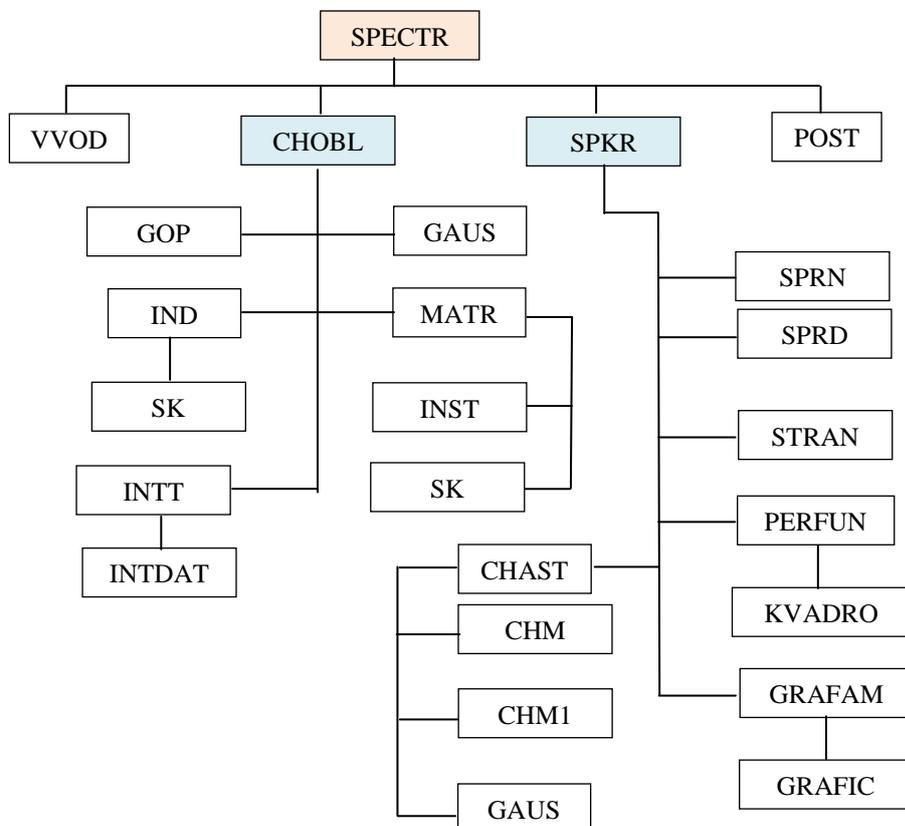


Рисунок 11.3 – Оверлейная структура программного комплекса «SPECTR».

- ✓ GAUS – подпрограмма решения системы алгебраических уравнений методом Гаусса;
- ✓ INTT – подпрограмма формирования коэффициентов и абсцисс квадратурной формулы Гаусса в зависимости от ее порядка;
- ✓ INTDAT – массив табличных значений коэффициентов и абсцисс квадратурной формулы Гаусса;
- ✓ SPRN – подпрограмма вычисления непрерывной части спектральной плотности возмущающего воздействия;
- ✓ SPRD – подпрограмма вычисления дискретной части спектральной плотности возмущающего воздействия;
- ✓ PERFUN – подпрограмма определения и формирования массива значений квадрата модуля передаточных функций обобщенных координат;
- ✓ KVADRO – подпрограмма вычисления квадрата модуля передаточной функции;
- ✓ GRAFAM – подпрограмма подготовки для вывода результатов расчета в виде графиков;
- ✓ GRAFIC – подпрограмма вывода результатов расчета в виде графиков;
- ✓ STRAN – подпрограмма постраничного вывода результатов.

### Обращение к пакетам прикладных программ

Первоначальный запуск программы «SIS» осуществляется командным файлом STAT.CMD, по команде @START структура которого имеет вид:

```
PIP NOP;*/DE
PIP NOP1;*/DE
PIP NOP2;*/DE
PIP FIL;*/DE
PIP NWW;*/DE
PIP STR1;*/DE
PIP STR2;*/DE
PIP WOBL;*/DE
PIP NOPSTRS;*/DE
PIP GRAFIS;*/DE
PIP GRAFID;*/DE
RUN [101,6] SIS
//
```

при этом уничтожаются ранее созданные файлы с результатами предыдущего расчета, поэтому с целью сохранения файлов предыдущего расчета необходимо переименовать файлы «FIL3», «GRAFID», «FIL4» и «GRAFIS». В первых двух файлах содержатся результаты работы программы «SIS», в третьем и четвертом – программы «STDIN».

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особенностью изложенной методики являются исследования колебаний различных конструктивных вариантов железнодорожных цистерн (рамных, безрамных, четырехосных, восьмиосных и т.д.) с помощью обобщенных расчетных схем и математических моделей, учитывающих:

Котел как пространственную тонкостенную цилиндрическую оболочку с различными конструктивными особенностями переменной по дуге поперечного сечения котла толщине оболочки, переменной жесткости шпангоутов, влияние жидкого груза и сосредоточенных масс, связанных с котлом;

- Соединительные балки и тележки, как упругие стержни с массами сосредоточенными в узлах;
- Нелинейный характер гасителей колебаний в рессорном подвешивании котла;
- Возможность учета блокирования рессорного подвешивания;
- Упругие и диссипативные свойства пути.

Разработанная методика расчета позволяет определять вероятностные характеристики параметров, характеризующих динамическое состояние конструкции и распределение динамических напряжений в оболочке котла и шпангоутах (при их наличии), а также коэффициенты динамики подсистем нижнего яруса и рельсового пути, в том числе динамические силы при стохастическом нагружении конструкции на стадии проектирования.

Методика расчета базируется на спектрально-корреляционной теории случайных стационарных процессов. Основные характеристики исследуемых параметров получены с использованием матрицы спектральных плотностей.

Входные возмущения со стороны рельсового пути задаются в виде спектральной плотности, причем полагается, что случайные входные воздействия на каждый вход динамической системы являются одинаковыми с запаздыванием, зависящим от скорости движения и расстояния между колесными парами, это позволяет систему со многими входами свести к системе с одним входом.

В основу математической модели для исследования поведения конструкции при динамическом воздействии положен аппарат теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а сами дифференциальные уравнения получены с использованием уравнения Лагранжа второго рода:

- ✓ При определении потенциальной и кинетической энергий для котла с учетом жидкого груза используется методика, базирующаяся на гипотезе полубезмоментной теории оболочек, а расчетные зависимости выводятся на основе метода Ритца в интерпретации метода конечных элементов;
- ✓ Потенциальная и кинетическая энергии для соединительных балок и тележек получены с применением метода конечных элементов;
- ✓ Для нелинейных преобразований использован метод статистической линеаризации в предположении, что закон распределения входного процесса при нелинейной системе не меняется и что математическое ожидание стационарного входного сигнала равно нулю, полагается также, что математическое ожидание обобщенных координат равно нулю, так как рассматриваются колебания относительно статического равновесия.

Сравнительный анализ результатов расчета для восьмиосной цистерны модели 15-1500 с результатами экспериментальных исследований показал их удовлетворительную сходимость.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

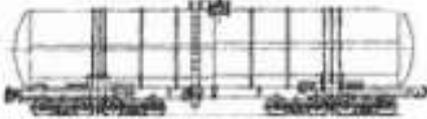
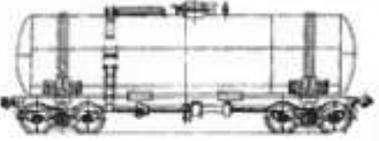
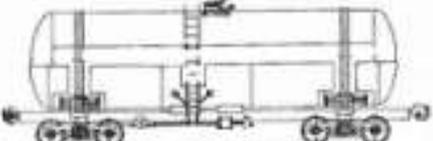
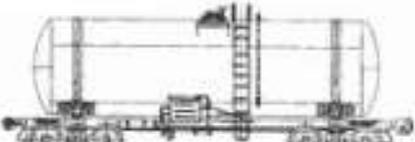
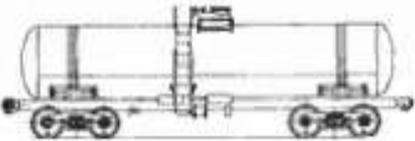
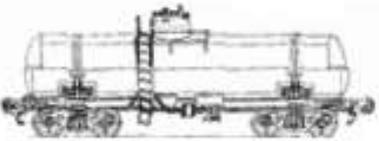
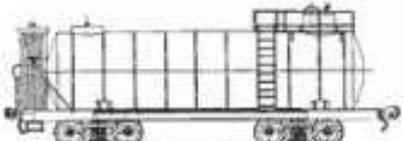
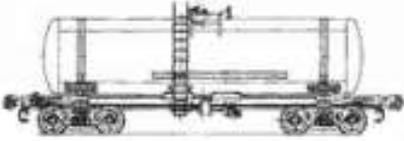
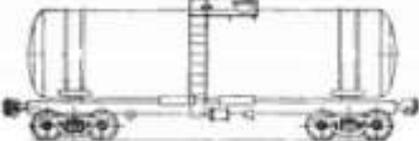
1. Ганткевич В.С., Наземец Н.С., Шляхов Н.В. Собственные колебания оболочек, подкрепленных шпангоутами. Динамика и прочность машин, 1965, № 2, 15-23с.
2. Диомант Г.И., Заруцкий В.А. Об определении собственных частот колебаний продольно подкрепленных цилиндрических оболочек. Прикл. механика, 1978, 14, № 1, 53-58с.
3. Карпов Н.И., Пучка Г.Н. Колебания цилиндрической оболочки, подкрепленной продольным и поперечным силовым набором. Прикл. механика, 1966, 2, № 5, 58-64с.
4. Кондрашев Н.С. Собственные частоты цилиндрических оболочек, подкрепленных ребрами. Вкн. Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Куйбышев, 1970, 249-255 с. (Тр. Куйбышевского авиационного института, вып. 45).
5. Галако и др. Свободные колебания ребристых цилиндрических оболочек. Прикл. механика, 1974, 10, вып. 7,49-55с.
6. Никольский Л.Н. Влияние жесткости металлических конструкций на их выносливость при случайных режимах нагрузки. В кн. Жесткость в машиностроении. Брянск: БИТМ, 1971, с 407-414.
7. Заруцкий В.А. Приближенные формулы для вычисления минимальных собственных частот колебаний подкрепленных цилиндрических оболочек. Гидроаэромеханика и теория упругости., 1974, вып. 8, 95-102с.
8. Назаров А.А., Бублик Б.Н. Свободные колебания пологой оболочки, подкрепленной ребрами жесткости. В кн. Расчет пространственных конструкций, 1959, № 5, с 549-555.
9. Лесничая Е.А., Маневич Л.И. Колебания подкрепленных цилиндрических оболочек. Гидроаэромеханика и теория упругости, 1974, вып. 8, с 95-102.
10. Гольденвейзер. Теория упругих тонких оболочек. М: Гостехиздат, 1953, 544с.
11. Ониашвили О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек. Из-во АН СССР, 1957, 196 с.
12. Огибалов П.М. Вопросы динамики и устойчивости оболочек, М: МГУ, 1963, 420 с.
13. Флюге В. Статика и динамика оболочек. М:, Госстройиздат, 1961, 306с.
14. Бреславский В.Е. О колебаниях цилиндрических оболочек. М: 1953, Т16, 109 с. ( инженерный сборник).
15. Бреславский В.Е. Собственные колебания круговой цилиндрической оболочки под действием гидростатического давления. Известия АН СССР, ОТН, 1956, № 12, 117с.
16. Бреславский В.Е. Определение собственных частот колебаний цилиндрических оболочек, подкрепленных поперечными ребрами /под ред. С.М. Кана, Харьков, 1957, 423с. (Труды ХВАИВУ, вып. 94).
17. Осипов Т.А., Котуранов В.Н. Оценка динамических характеристик котлов при проектировании большегрузных цистерн. НИИинформтяжмаш, 1967, № 1, с 52-58.
18. Осипов Т.А. Исследование динамических параметров большегрузных цистерн и напряженного состояния их подкрепленных конструкций. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. М: МИИТ, 1967 г.
19. Долматов А.А., Кудрявцев Н.И. Динамика и прочность четырехосных цистерн. Тр. ЦНИИ МС, вып. 263, 1963.
20. Вериго М.Ф. Исследования собственных поперечных колебаний жидкости в котле цистерны в зависимости от уровня ее заполнения. Труды ЦНИИ МПС, вып. 347, 1967, 34-40с.
21. Черкашин Ю.М. Динамика наливного поезда. М: Транспорт, 1975, 136с.
22. Котуранов В.Н., Хусидов В.Д., Сергеев К.А. Вынужденные колебания восьмиосной цистерны. Тр. МИИТа, вып. 328, 1970.
23. Шаринов И.А. Свободные колебания цилиндрических котлов железнодорожных цистерн. Вестник ВНИИХТа, № 6, 1973, с. 38-40.
24. Шаринов И.А. Свободные колебания оболочек котлов железнодорожных цистерн, содержащие жидкость. Вестник ВНИИЖТа, № 3, 1982, с.38-41.
25. Котуранов В.Н. Кирьянова Г.А., Морзинова Т.И. Упругие колебания подкрепленных оболочек котлов цистерн. МИИТ, М, 1982 12с: Деп. в МИИТе 22.10.82, № 2040.
26. Морзинова Т.Г. Колебания оболочек котлов цистерн с учетом их конструктивных особенностей. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. МИИТ, М: 1983, УДК 629.463.3:629.4.015:625.032.434 (043.3), 118с.
27. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М: Транспорт, 1986, 559с.
28. Соколов М.М., Хусидов В.Д., Минкин Ю.Г. Динамическаянагруженность вагона: М: Транспорт, 1981, 207с.

29. Колмогоров А.Н. Интегрирование и экстремализация стационарных случайных последовательностей. Известия АН СССР, серия математическая, т.5, № 1, 1941.
30. Колмогоров А.Н, Статистическая теория колебаний с непрерывным спектром. Юбилейный сборник АН СССР, т. 1, из-во АН СССР, М-Л, 1947.
31. Ушкалов В.Ф., Резников Л.М., Редько С.Ф. Статистическая динамика рельсовых экипажей. Киев: Наукова думка, 1982, 359с.
32. Солодовников В.В., Введение в статистическую динамику систем автоматического управления. Госиздат технико-теоретической литературы, М: 1952 г.
33. Солодовников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, М: 1960 г.
34. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее приложение к задачам автоматического управления. Физматгиз, М, 1962 г. 883с.
35. Лифшиц Н.А., Пугачева В.Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления, т.1, Советское радио, М: 1963 г.
36. Лонинг Дж.Х., Бэттин Р.Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. Из-во иностранной литературы, 1958 г.
37. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. М: Наука, 1979, 336с.
38. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. пер. с англ. М: Мир, 1971, вып. 1, 316с, 1972, вып. 2, 287с.
39. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем. М: Машиностроение. 1970, 216с.
40. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М: Наука, 1968, 524с.
41. Вериго М.Ф. Вертикальные силы, действующие на путь при прохождении подвижного состава. Труды ЦНИИ МПС, выл. 97, Трансжелдориздат, М: 1955.
42. Крепкогорский С.С. Вертикальные колебания надрессорного строения подвижного состава и влияния их на путь. Тр. ЦНИИ МПС, вып. 152, Транспорт, М:, 1958.
43. Казаков И.Е., Доступов Б.Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М: Физматгиз, 1962, 332с.
44. Шаринов И.А. Свободные колебания оболочек котлов железнодорожных цистерн, содержащие жидкость. Вестник ВНИИЖТа, № 3, 1982, с. 38-41.
45. Лазарян В.А. Динамика вагонов. М: Транспорт, 1964, 250с.
46. Котуранов В.К., Башарин С.К. Исследования напряжений в котлах железнодорожных цистерн с учетом ступенчатого изменения толщины их оболочек. Тр. МИИТа, вып.368, 1971.
47. А.А. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашеников, Н.Н. Шапошников. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. М., Стройиздат, 1984, 415с.
48. Вериго М.Ф., Коган А.Я. К вопросу о процессах взаимодействия неподдресоренных масс и пути. Вестник ВНИИЖТа, 1969, № 6, 22-25с.
49. Вейсхаут З. Экспериментальные исследования подвижного состава и пути с помощью спектрального анализа. ЭИ. Сер. Локомотивостроение и вагоностроение. М: 1973, № 21, 13-21с.
50. Грачева Л.О. Взаимодействие вагонов и железнодорожного пути. Тр. ВНИИЖТа, 1968, вып. 356 , 207с.
51. Исследования динамики и прочности вагонов/под ред. С.И. Соколова. М: Машиностроение, 1976, 224с.
52. Казей И.И. Траектория движения колеса по рельсовому пути со стыками. Техника ж.д., 1947, № 2, 15-18с.
53. Камаев В.Н., Гришин В.А., Завт Б.С., Кузнецов А.В. К вопросу оптимизации параметров подвешивания вагонов на пневморессорах. Тр. БИТМа, 1974, вып. 26, 39-44с.
54. Коган А.Я. Вертикальные динамические силы, действующие на путь. М:,1969, 296 с. (Труды ВНИИЖТа, выл. 402).
55. Крачковский В.А. Динамическое воздействие нагрузки на железнодорожный путь. Тр. МИИТа, вып. 54, 1937, 42-125с.
56. Кудрявцев Н.Н. Исследования динамики необрессоренных масс вагона. М: 1965, 168 с. Тр. ВНИИЖТа, вып. 287).
57. Кулагин М.И., Кац Э.И., Тюрников В.Н. Волнообразный износ рельсов. М: Транспорт, 1970, 144 с.
58. Лазарян В.А., Монашкин Л.А., Музыкин В.А. и др. Измерение динамического профиля пути. В кн. Некоторые задачи механики скоростного транспорта. Киев: Наукова думка, 1970, с.88-94.

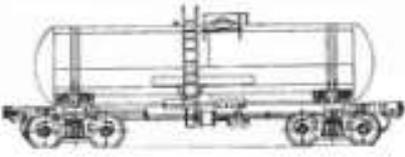
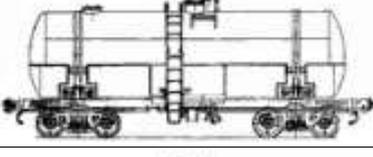
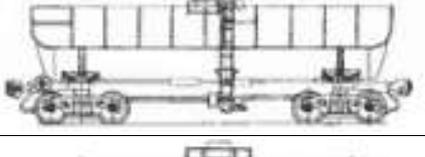
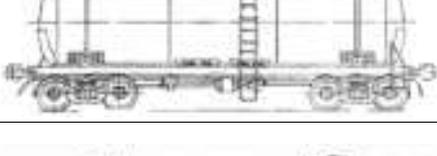
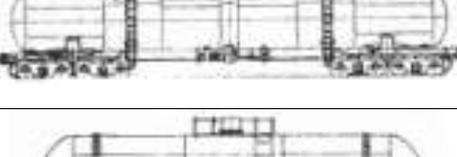
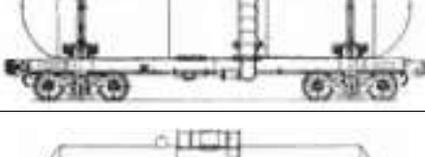
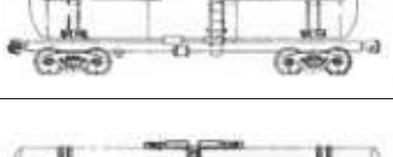
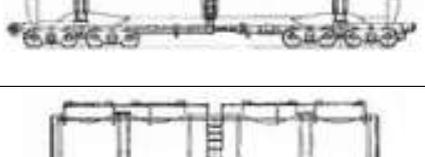
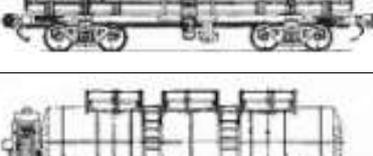
59. Яковлев В.Ф., Семенов И.И. Геометрические неровности рельсовых нитей. Тр. ЛИИЖТа, 1964, вып. 222, с. 29-67.
60. Камаев В.А. Оптимизация параметров ходовых частей железнодорожного подвижного состава. М: Машиностроение, 1980, 150с.
61. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. М: Наука, 1970 г.
62. Беляев А.И., Белов В.К. Вероятностные характеристики стохастических колебаний пары тепловоза 2ТЭ10А. Вестник БНИИЖТ, вып.1, М: 1971.
63. Пахомов М.П. и др. Оценка уровня импульсного воздействия рельсовых стыков на колесо локомотива. Тр. ОМИИТ, вып. 128, Омск, 1971.
64. Братчев Э.П. Определение оптимальных параметров рессорного подвешивания восьмиосных локомотивов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Брянск, 1975, 208с.
65. Кудрявцев Н.Н., Кудрявцева Л.А. Корреляционно-спектральный анализ вертикальных ускорений, зарегистрированных на буксе пассажирского вагона. Вестник ВНИИЖТа, 1972, № 5, 16-20 с.
66. Кудрявцев Н.Н. Измерение ускорений буксовых узлов вагонных колесных пар. Вестник ВНИИЖТа, вып. 6, 1967 г.
67. Отчет по научно-исследовательской работе: Разработка программы и методика предварительных (заводских) испытаний и программы для расчета напряженного состояния котла цистерны (промежуточный) Т.Р. 81037225 /Руководитель Котуранов В.Н., МИИТ, М, 1981, 87с.
68. Отчет по научно-исследовательской работе: Динамические прочностные и ходовые) испытания 8-осной цистерны с удельным объемом котла 1.25 м<sup>3</sup>/т (заключительный) / Руководители Котуранов В.Н., Вершинский С.В., МИИТ, М:, 1983 г.

*ТИПЫ И МОДЕЛИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО  
ПАРКА*

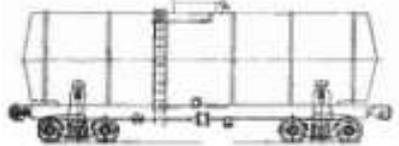
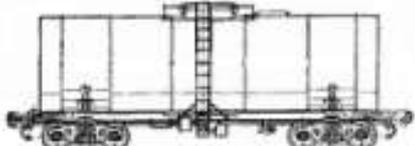
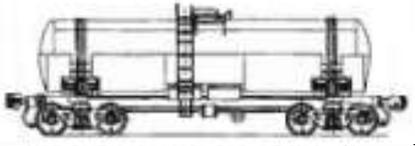
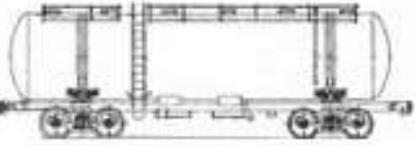
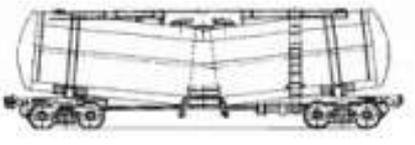
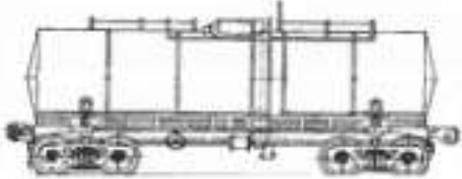
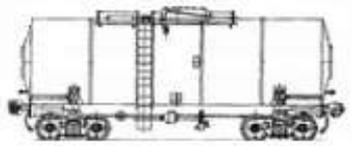
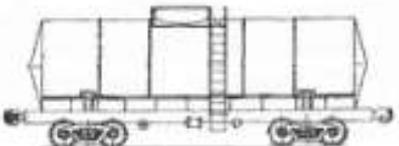
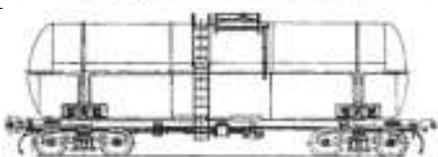
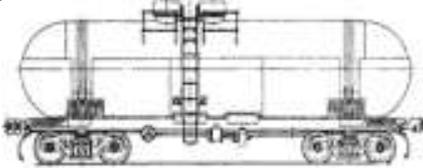
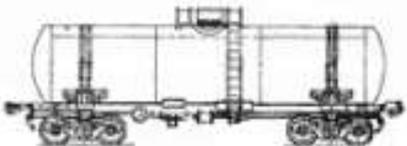
Таблица А. Железнодорожные вагоны – цистерны

	8-осная железнодорожная цистерна для нефтепродуктов, модель <b>15-871</b>	Грузоподъемность -- 120 т Масса тары -- 46,1÷50,2 т Объем котла -- 140 м <sup>3</sup>
	8-осная цистерна для нефти, модель <b>15-880</b>	Грузоподъемность -- 125 т Масса тары -- 49,5 ÷ 51 т Объем котла -- 159,5 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для бензина и светлых нефтепродуктов, модель <b>15-869</b>	Грузоподъемность -- 62 т Масса тары -- 24,5 ÷ 26,1 т Объем котла -- 88,6 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для бензина с переходной площадкой, модель <b>15-1427</b>	Грузоподъемность -- 60 т Масса тары -- 22,7 ÷ 23,4 т Объем котла -- 73,1 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для вязких нефтепродуктов, модель <b>15-1566</b>	Грузоподъемность -- 63,5 т Масса тары -- 24,47 т Объем котла -- 73,1 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для цемента, модель <b>15-1405</b>	Грузоподъемность -- 61 т Масса тары -- 24,8 ÷ 26,4 т Объем котла -- 53,7 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для серной кислоты, модель <b>15-1401</b>	Грузоподъемность -- 60 т Масса тары -- 20,2 ÷ 22,2 т Объем котла -- 32,6 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для oleума, модель <b>15-1402</b>	Грузоподъемность -- 60 т Масса тары -- 21,7 ÷ 22 т Объем котла -- 32,6 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для oleума с переходной площадкой, модель <b>15-Ц857</b>	Грузоподъемность -- 50 т Масса тары -- 24,0 ÷ 24,7 т Объем котла -- 26 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для слабой азотной кислоты, модель <b>15-1404</b>	Грузоподъемность -- 61,5 т Масса тары -- 21,9 ÷ 22,7 т Объем котла -- 46,86 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для соляной кислоты, модель <b>15-1554</b>	Грузоподъемность -- 62 т Масса тары -- 21 ÷ 23 т Объем котла -- 54,07 м <sup>3</sup>

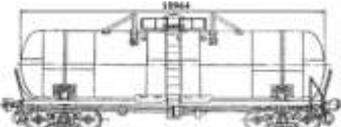
Продолжение таблицы А

	4-осная цистерна для метан- ланжа, модель <b>15-1514</b>	Грузоподъемность -- 60 т Масса тары -- 21,2 ÷ 21,9 т Объем котла -- 44,8 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для фено- ла, модель <b>15-898</b>	Грузоподъемность -- 62 т Масса тары -- 23,2 т Объем котла -- 62,4 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для эти- ловой жидкости, модель <b>15-1414</b>	Грузоподъемность -- 60,65 т Масса тары -- 21,5 ÷ 22,8 т Объем котла -- 38,7 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для про- пана, модель <b>15-1407</b>	Грузоподъемность -- 22,9 т Масса тары -- 30,1 ÷ 36,7 т Объем котла -- 54 м <sup>3</sup>
	8-осная цистерна для ам- миака, модель <b>15-1581</b>	Грузоподъемность -- 92,3 т Масса тары -- 74,7 ÷ 77 т Объем котла -- 161,5 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для ам- миака, модель <b>15-1597</b>	Грузоподъемность -- 43 т Масса тары -- 35,7 ÷ 38,8 т Объем котла -- 75,5 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для хло- ра, модель <b>15-1556</b>	Грузоподъемность -- 57,5 т Масса тары -- 27,2 ÷ 30 т Объем котла -- 46 м <sup>3</sup>
	8-осная цистерна для пато- ки, модель <b>15-1413</b>	Грузоподъемность -- 62 т Масса тары -- 20,7 ÷ 22,9 т Объем котла -- 46 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для молока, модель <b>15-886</b>	Грузоподъемность -- 31,2 т Масса тары -- 22,6 ÷ 23,3 т Объем котла -- 30,24 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для моло- ка с переходной площад- кой, модель <b>15-Ц858</b>	Грузоподъемность -- 26 т Масса тары -- 25,2 ÷ 26 т Объем котла -- 25,2 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для спир- та, модель <b>15-1454</b>	Грузоподъемность -- 59 т Масса тары -- 22,5 ÷ 24,2 т Объем котла -- 73,1 м <sup>3</sup>

Продолжение таблицы А

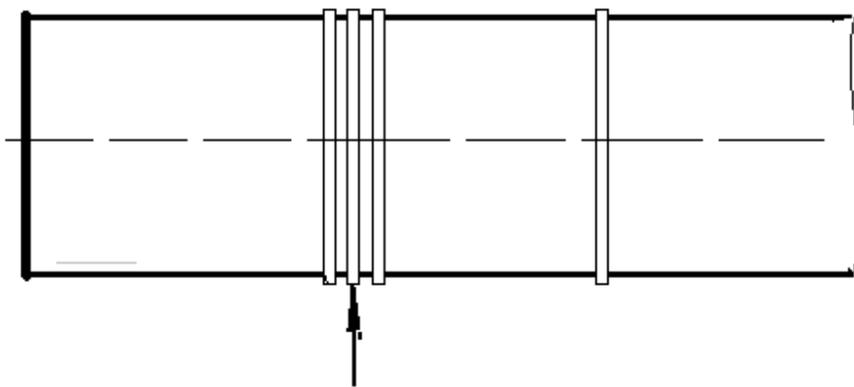
	4-осная цистерна для виноматериалов, <b>модель 15-1593</b>	Грузоподъемность -- 66,7 т Масса тары -- 25,5 т Объем котла -- 63,7 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для виноматериалов, <b>модель 15-1535</b>	Грузоподъемность -- 57,5 т Масса тары -- 25,6 ÷ 27,3 т Объем котла -- 61,17 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для жёлтого фосфора, <b>модель 15-1412</b>	Грузоподъемность -- 59 т Масса тары -- 20,8 ÷ 22 т Объем котла -- 39 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для кальцинированной соды, <b>модель 15-884</b>	Грузоподъемность -- 54 т Масса тары -- 31,3 т Объем котла -- 101,6 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для поливинилхлорида, <b>модель 15-1498</b>	Грузоподъемность -- 55,5 т Масса тары -- 29,5 ÷ 30,4 т Объем котла -- 99,2 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для расплавленной серы, <b>модель 15-1482</b>	Грузоподъемность -- 67 т Масса тары -- 24,4 ÷ 26 т Объем котла -- 38,5 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для пасты сульфанола, <b>модель 15-1565</b>	Грузоподъемность -- 62 т Масса тары -- 24,8 ÷ 26,3 т Объем котла -- 55,2 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для жидкого пека, <b>модель 15-1532</b>	Грузоподъемность -- 63 т Масса тары -- 26,3 ÷ 28,3 т Объем котла -- 54,4 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для нафталина, <b>модель 15-1536</b>	Грузоподъемность -- 68,5 т Масса тары -- 28,3 т Объем котла -- 52,5 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для ядохимикатов, <b>модель 15-1538</b>	Грузоподъемность -- 63 т Масса тары -- 22,5 ÷ 23,2 т Объем котла -- 45 м <sup>3</sup>
	4-осная цистерна для винилхлорида, <b>модель 15-1421</b>	Грузоподъемность -- 58,4 т Масса тары -- 28 ÷ 30 т Объем котла -- 73 м <sup>3</sup>

Конец таблицы А

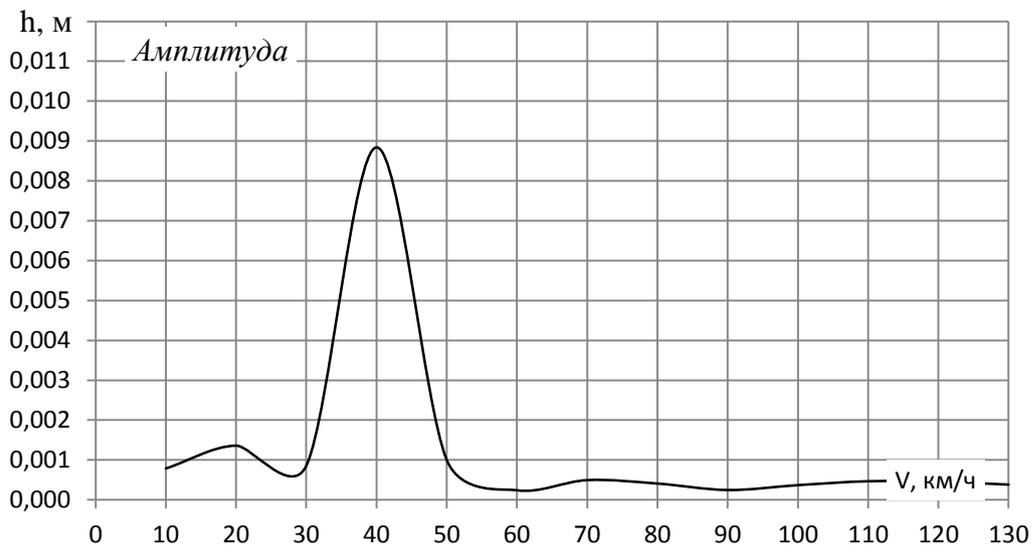
	4-осная цистерна для сжиженных углеводородных газов, <b>модель 15-1200</b>	Грузоподъемность -- 31 т Масса тары – 34 ÷ 36 т Объем котла -- 56 м <sup>3</sup>
-----------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------

**ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНА ЦИСТЕРНЫ МОДЕЛИ 15-1500 ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ  
СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА  
КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ**

Таблица Б.1 Кинематические параметры опорного узла



*Амплитуды перемещений*



*Скорости перемещений*



Конец таблицы Б.1

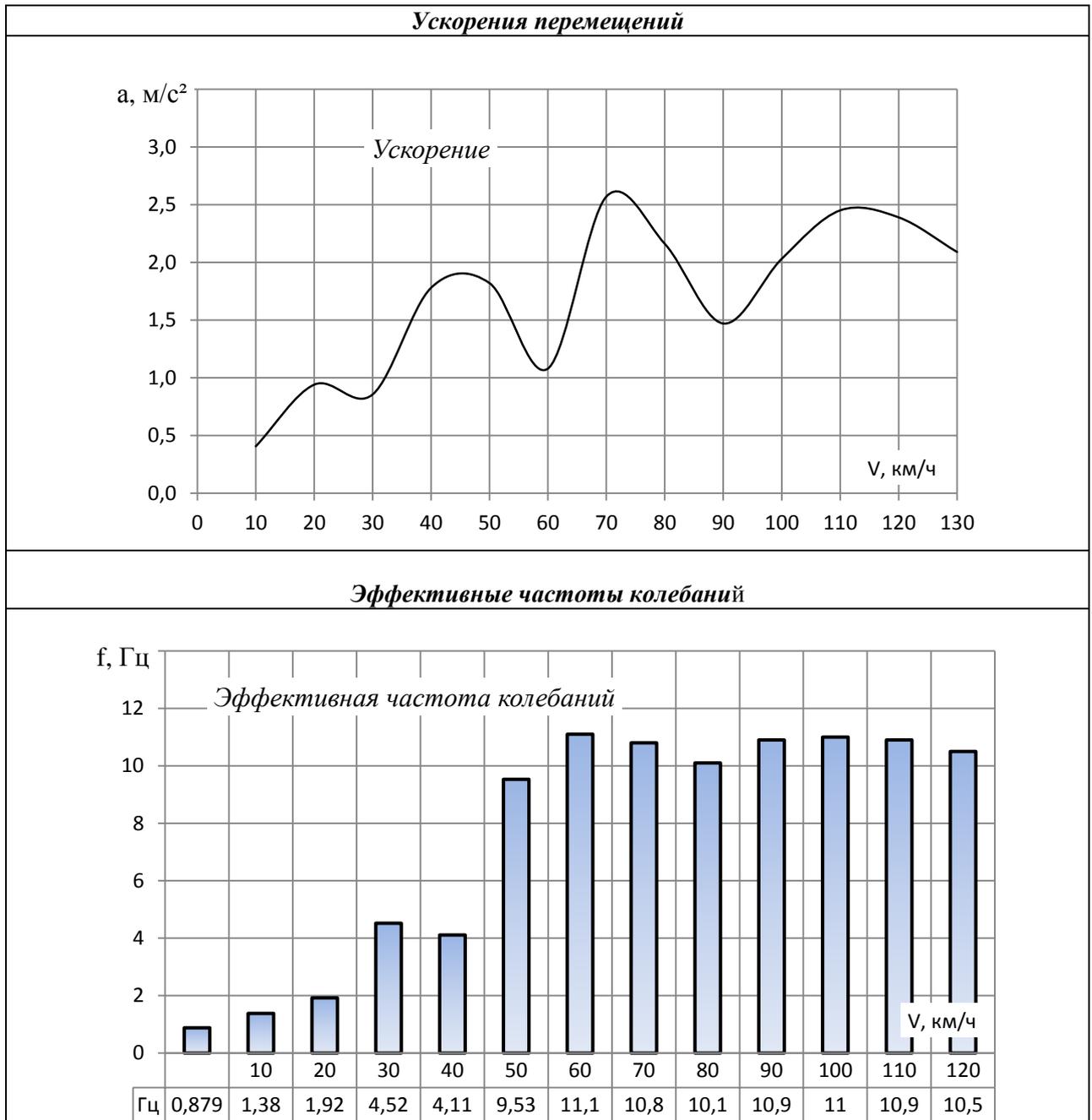
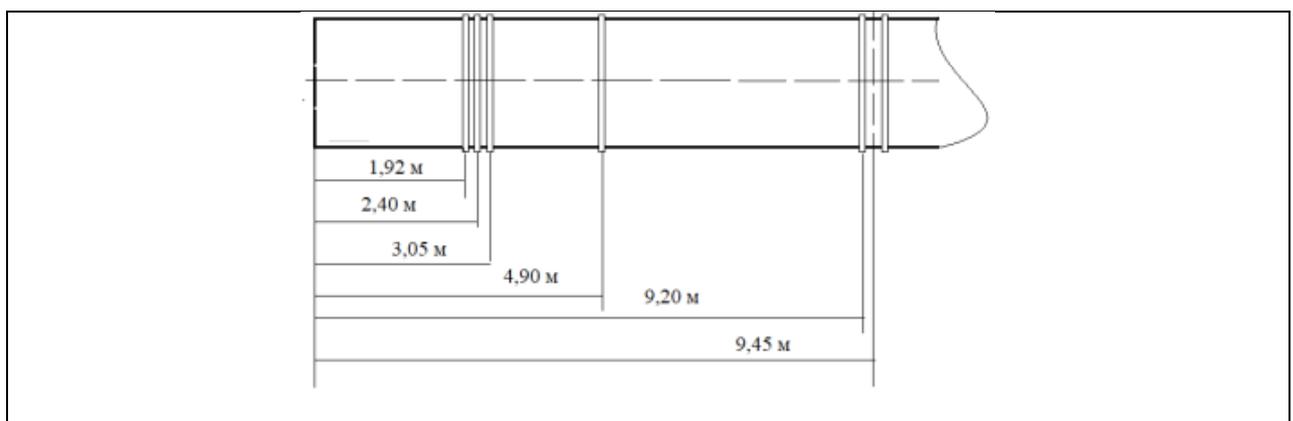
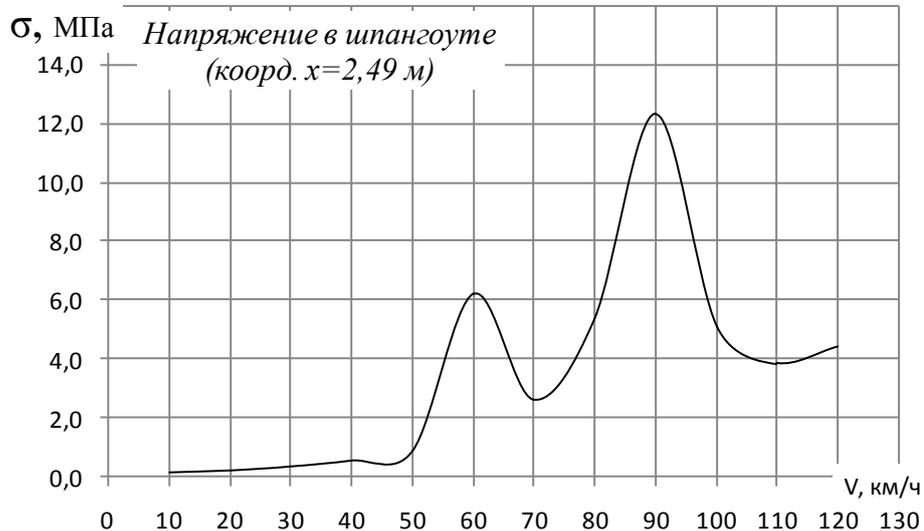
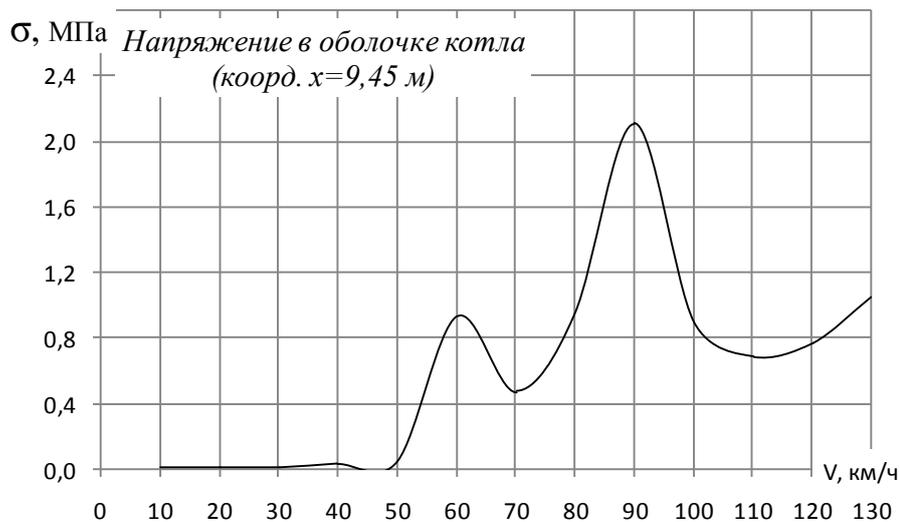


Таблица Б.2 Напряжения в конструктивных элементах котла восьмиосной цистерны





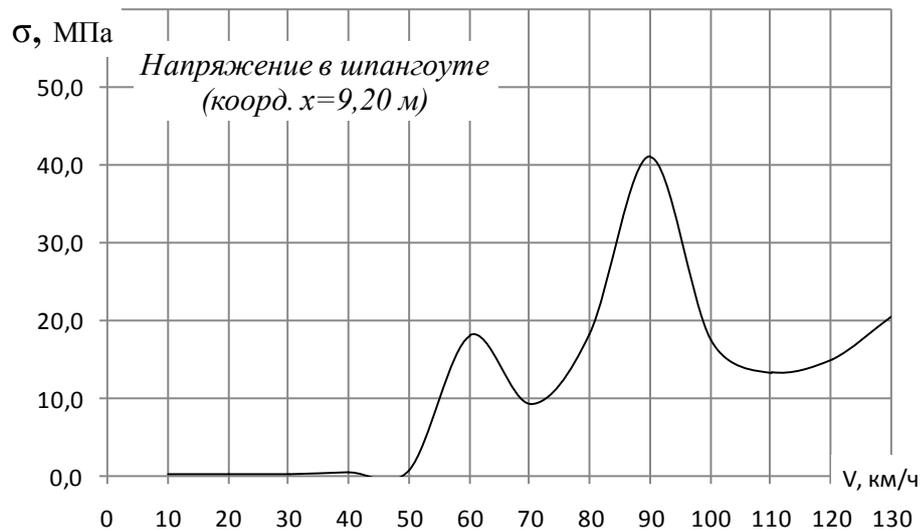
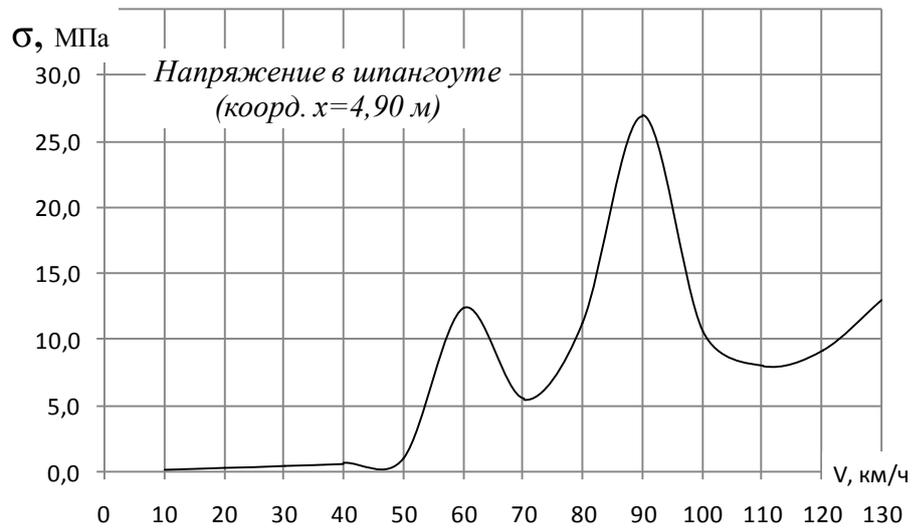
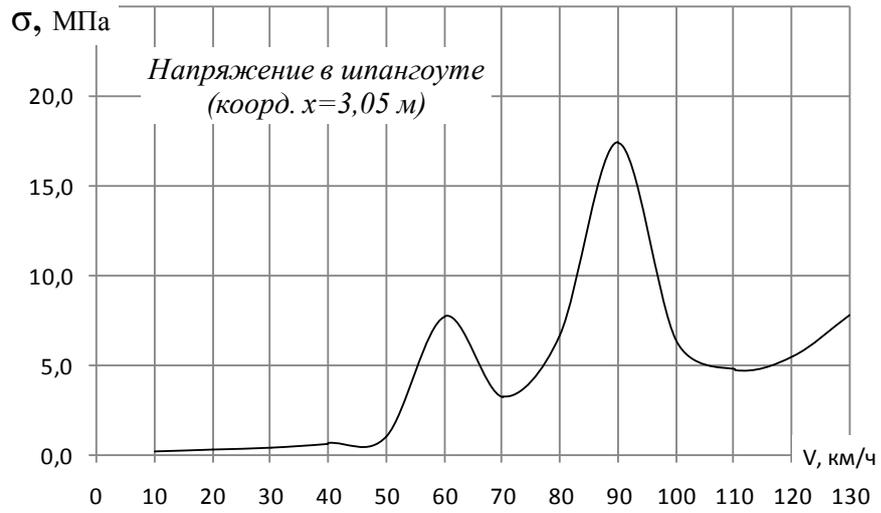
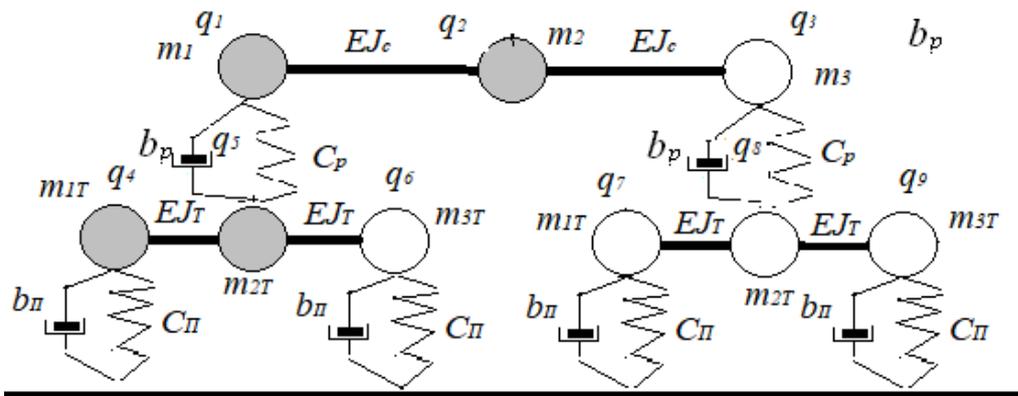
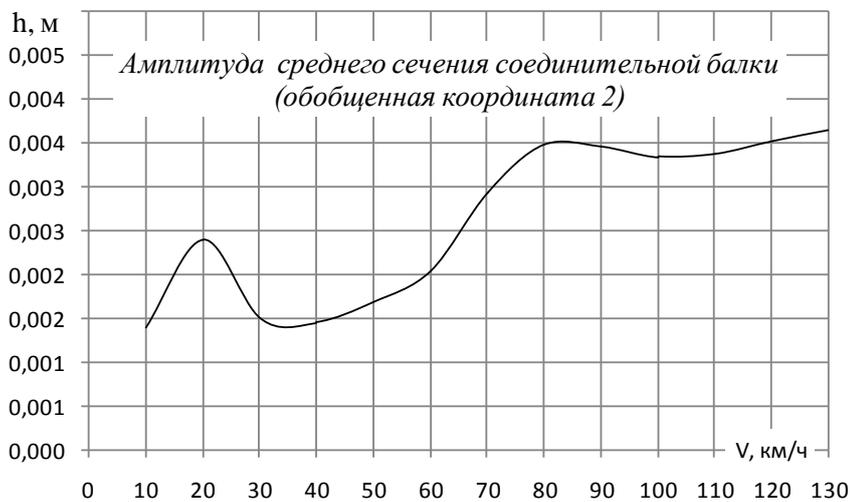
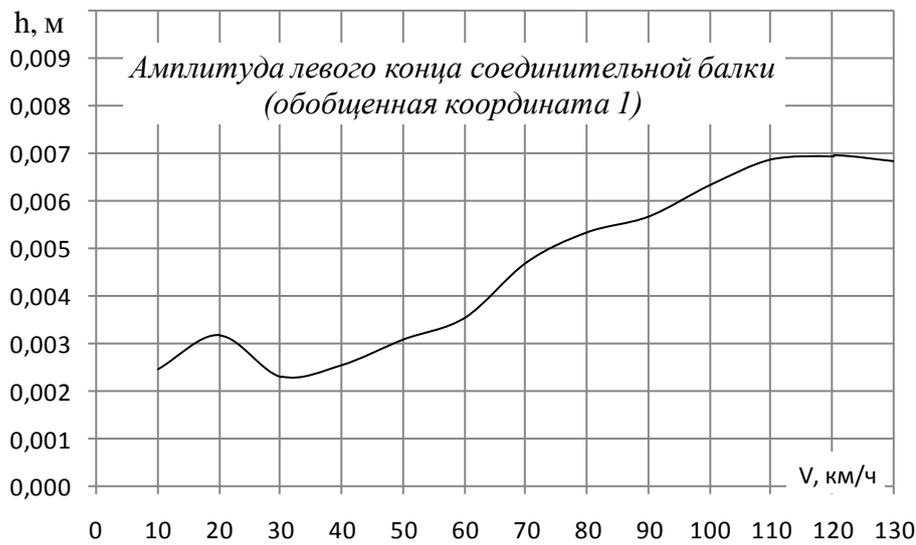
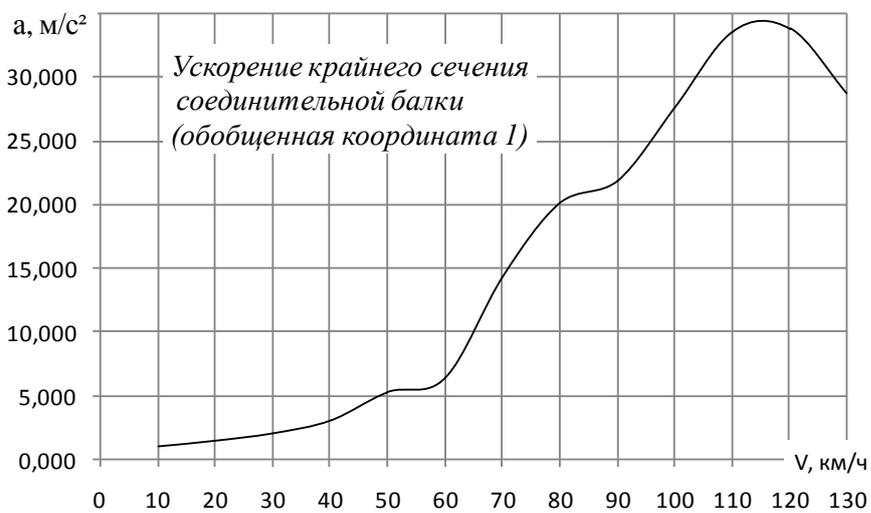
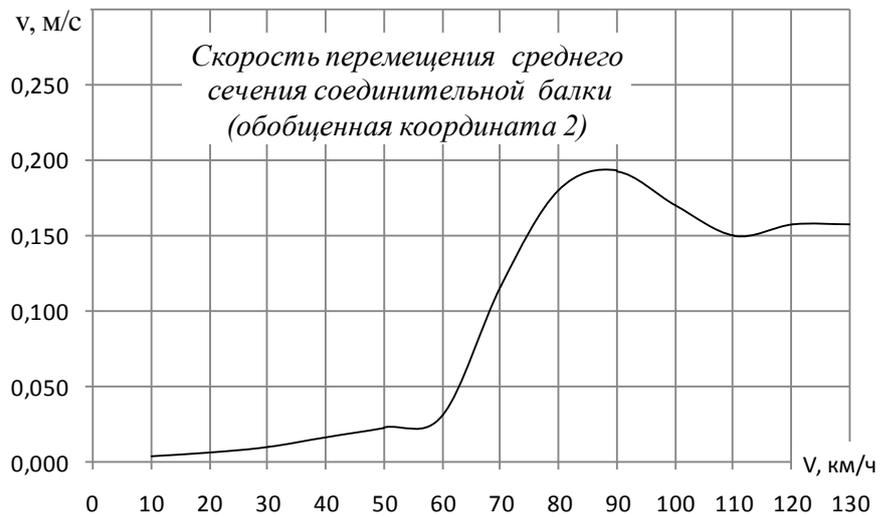
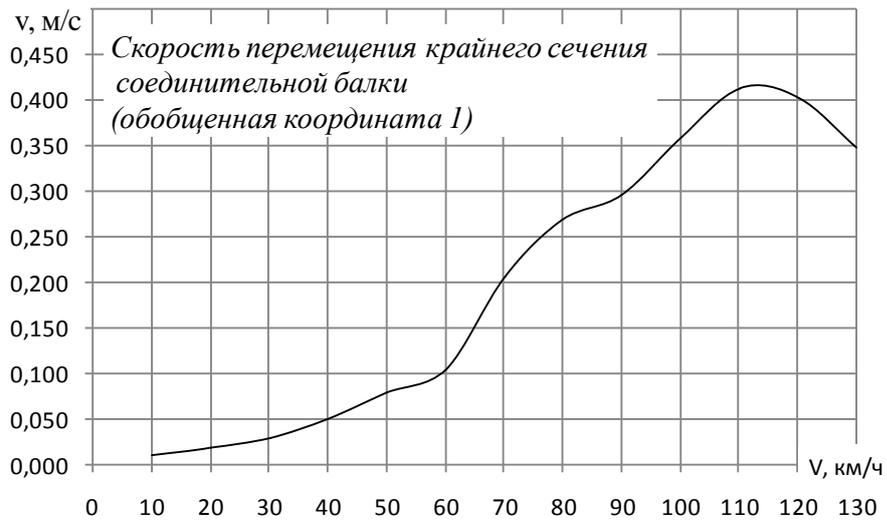


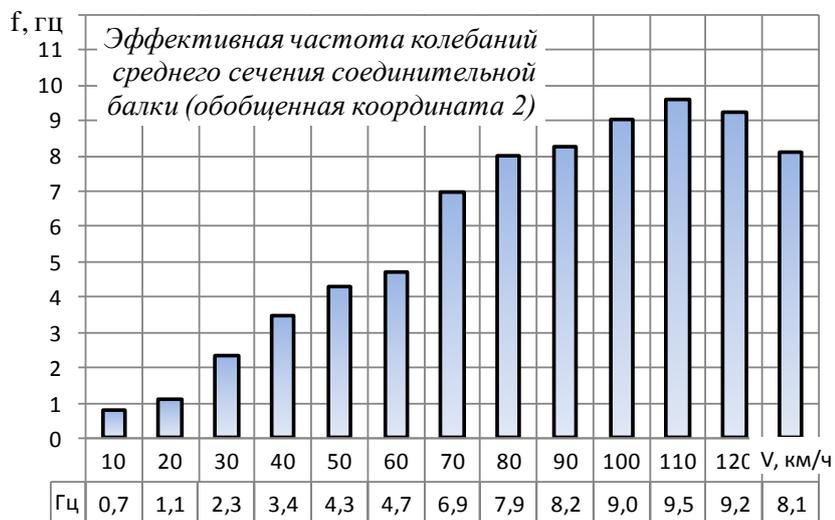
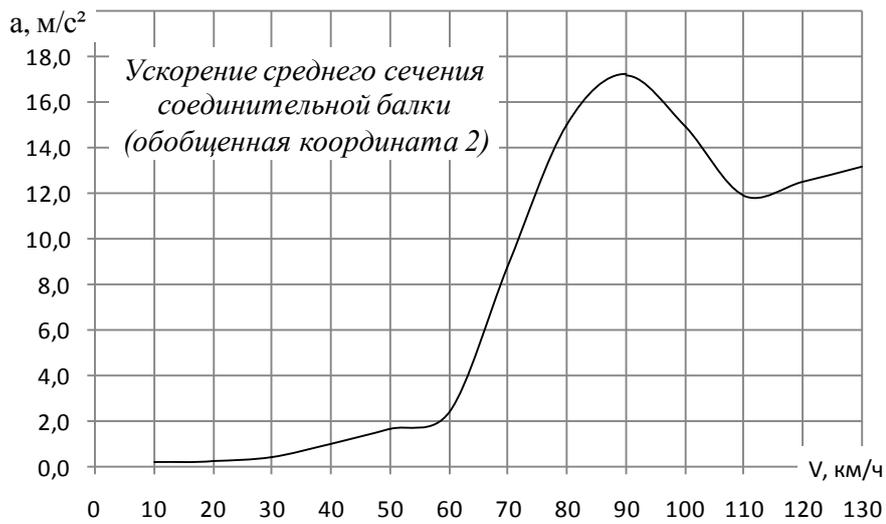
Таблица Б.3 Кинематические параметры узлов подсистемы нижних ярусов

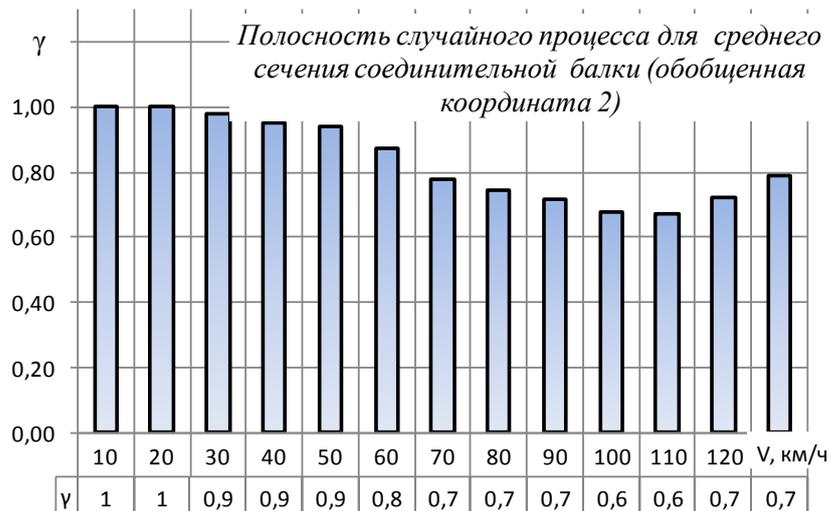
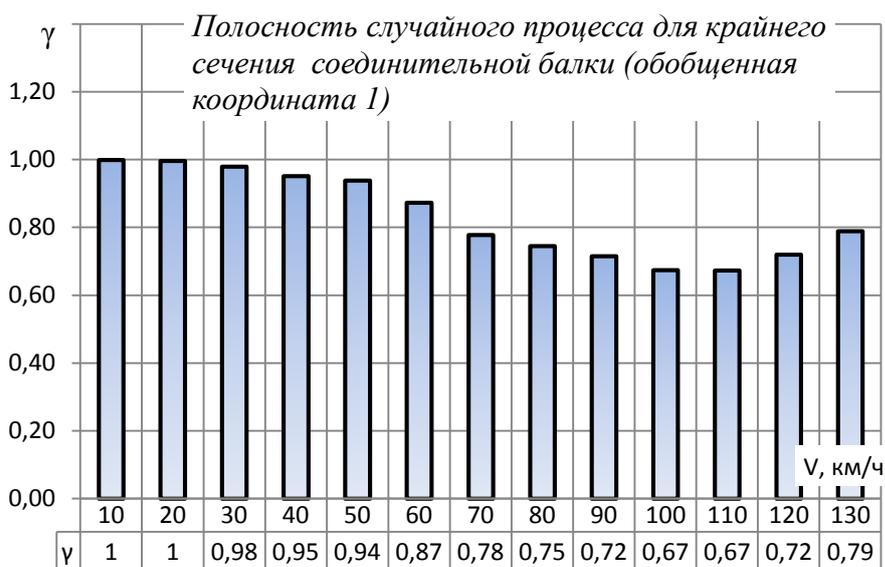


**Соединительная балка**

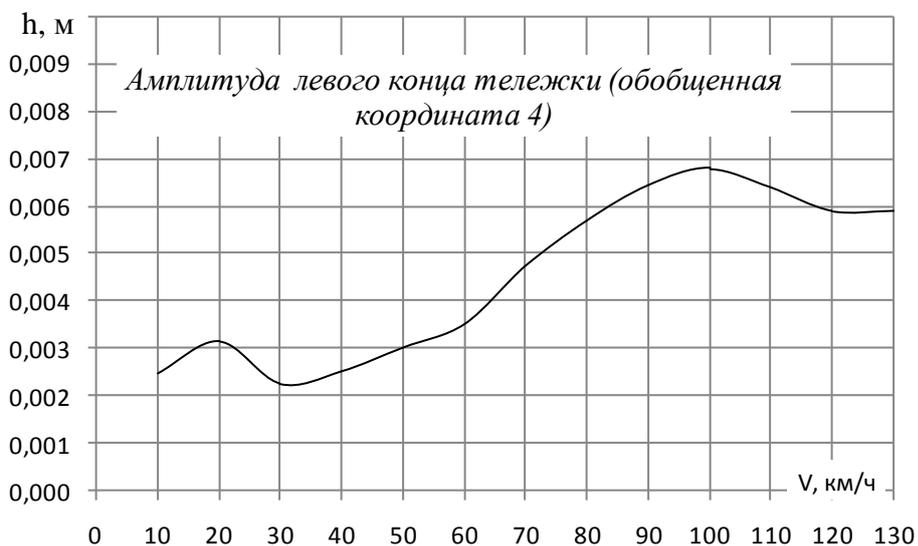




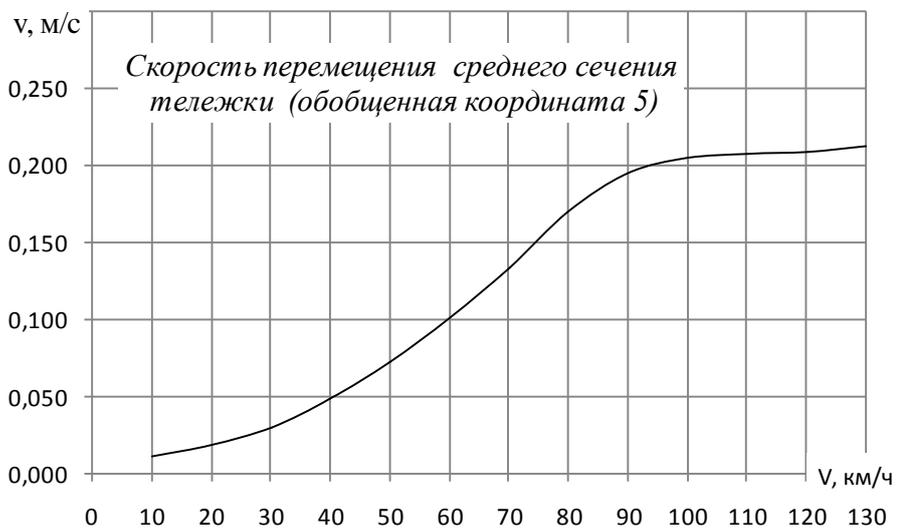
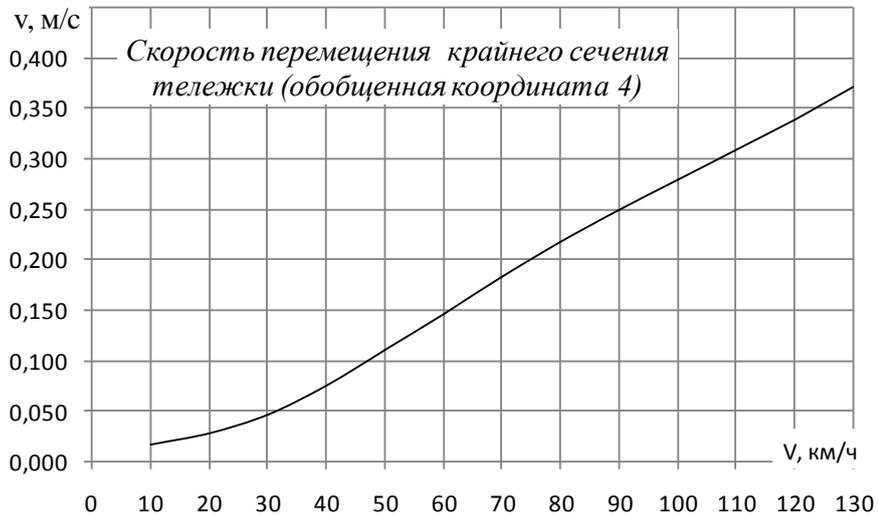
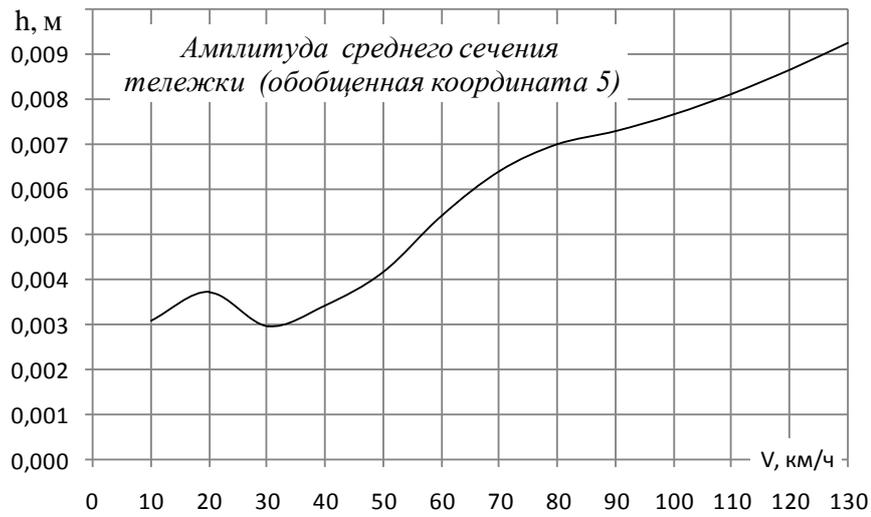


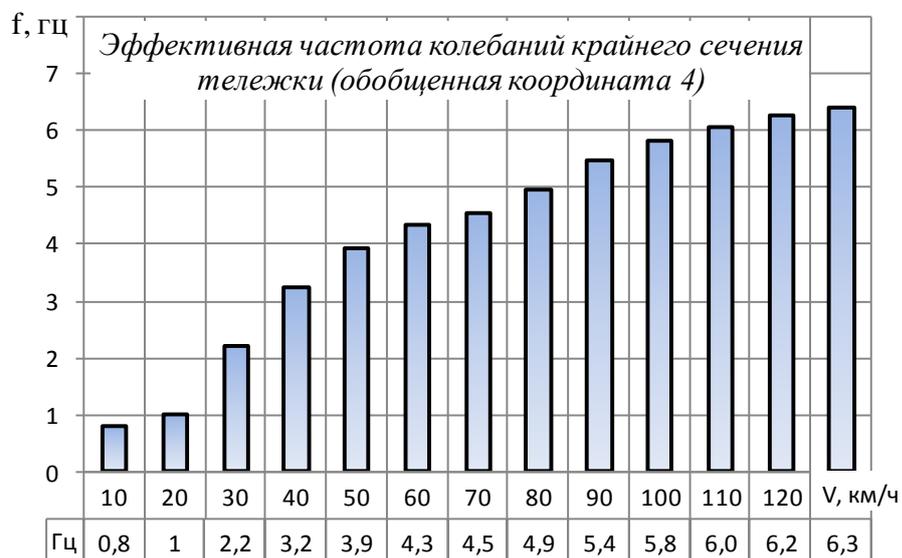
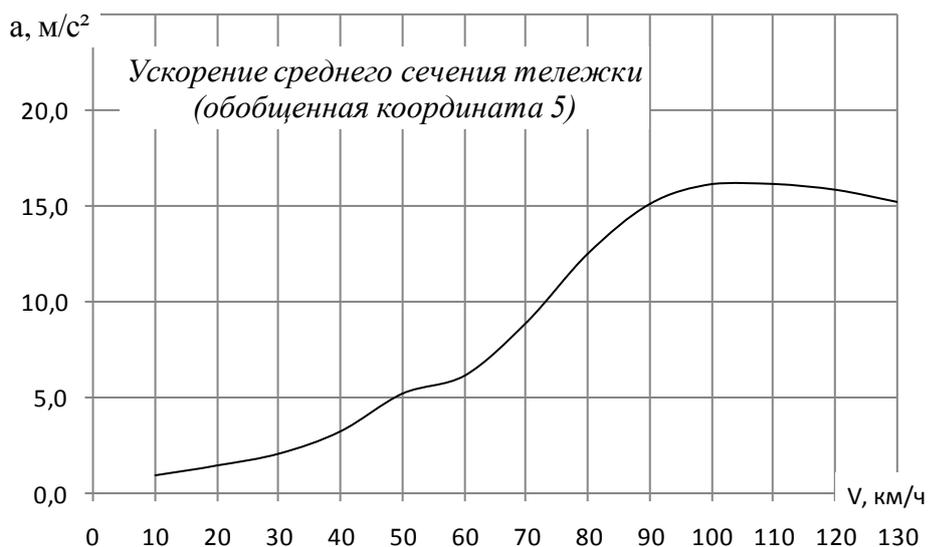
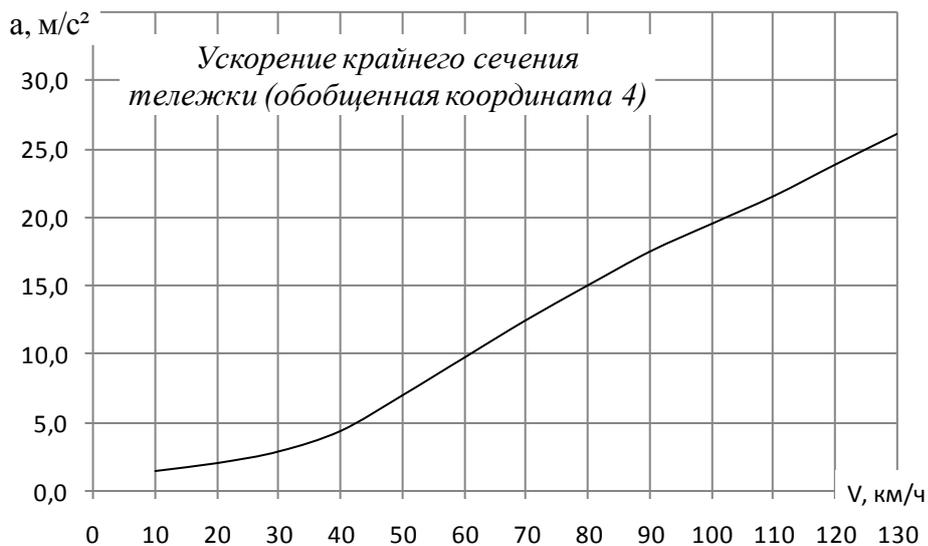


**Тележка**



Продолжение таблицы Б.3





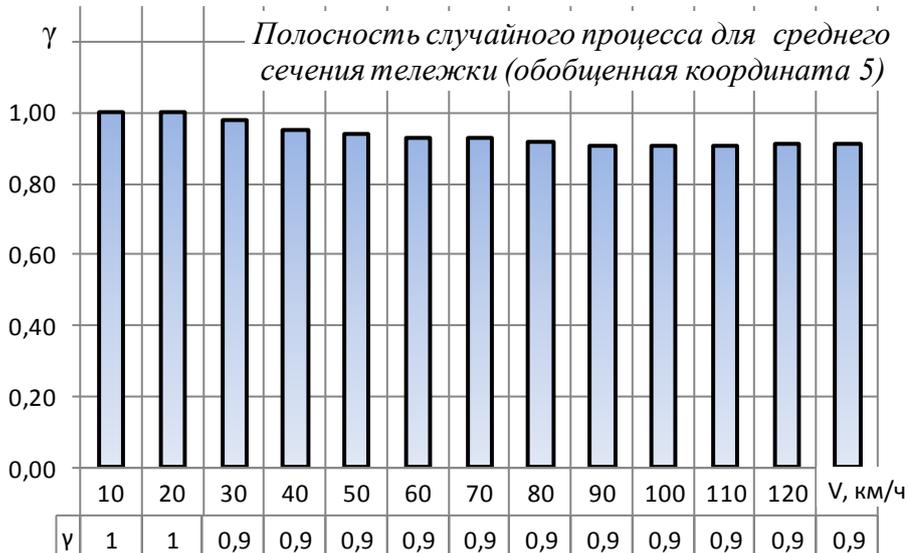
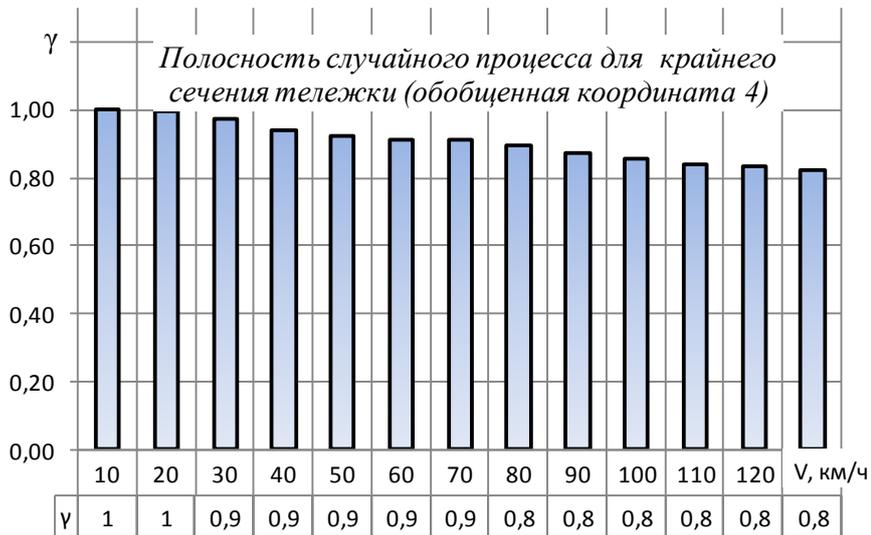
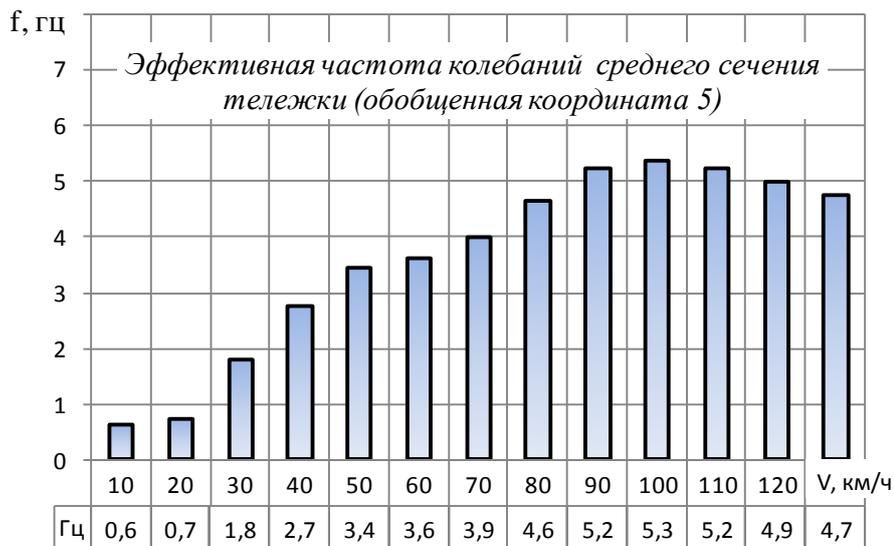
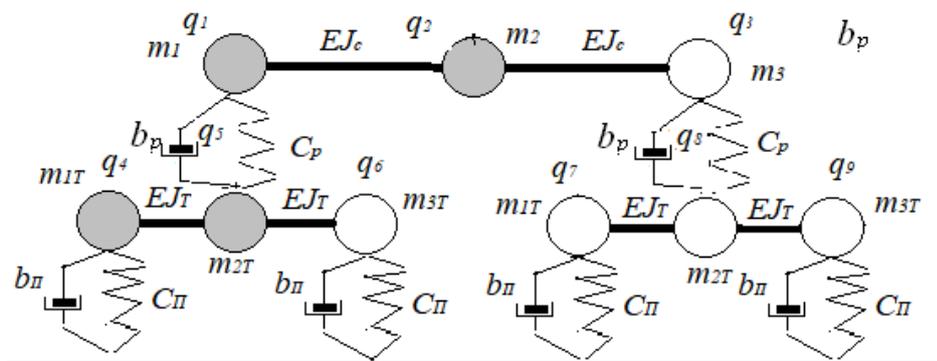
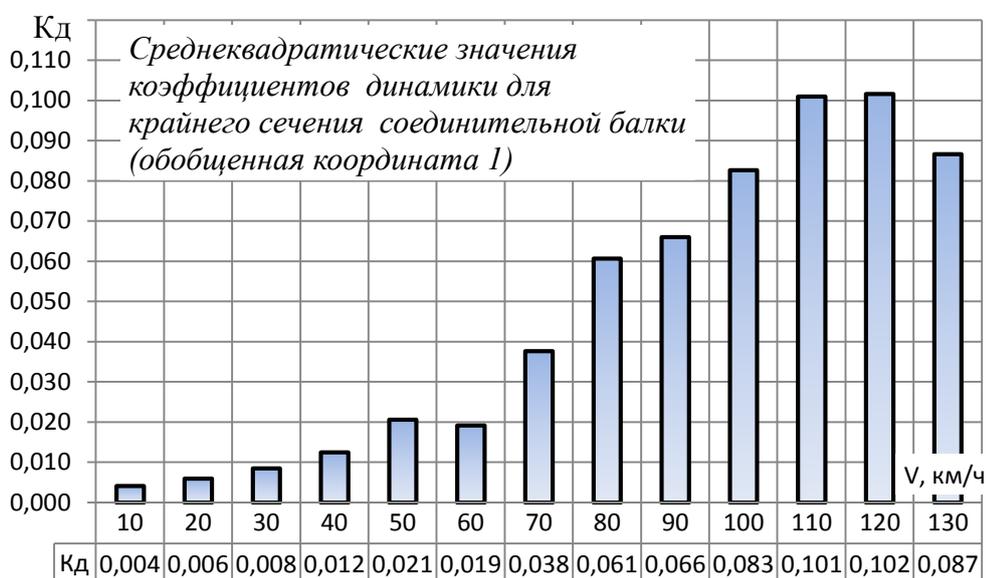
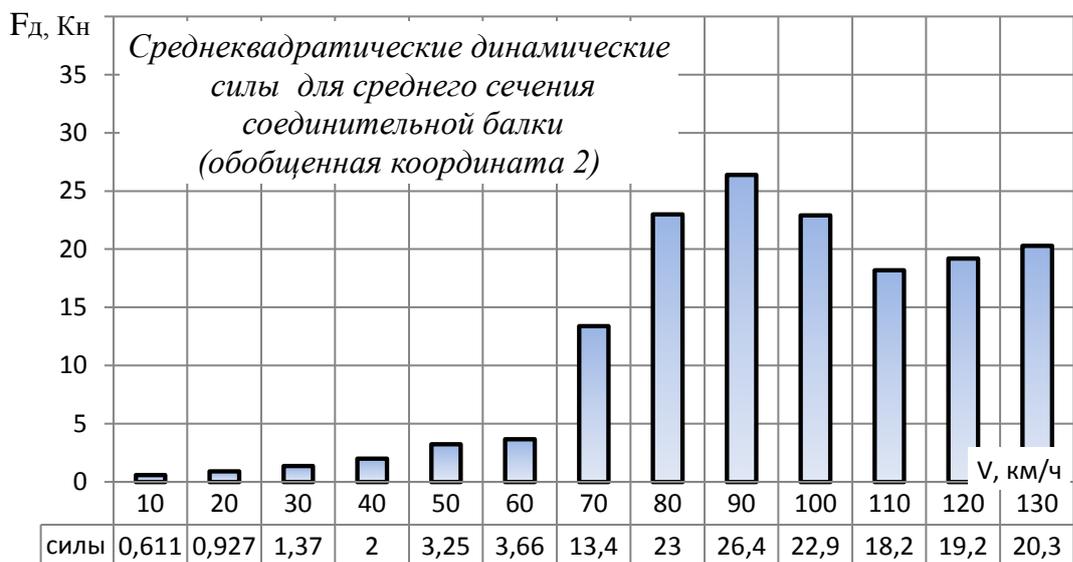
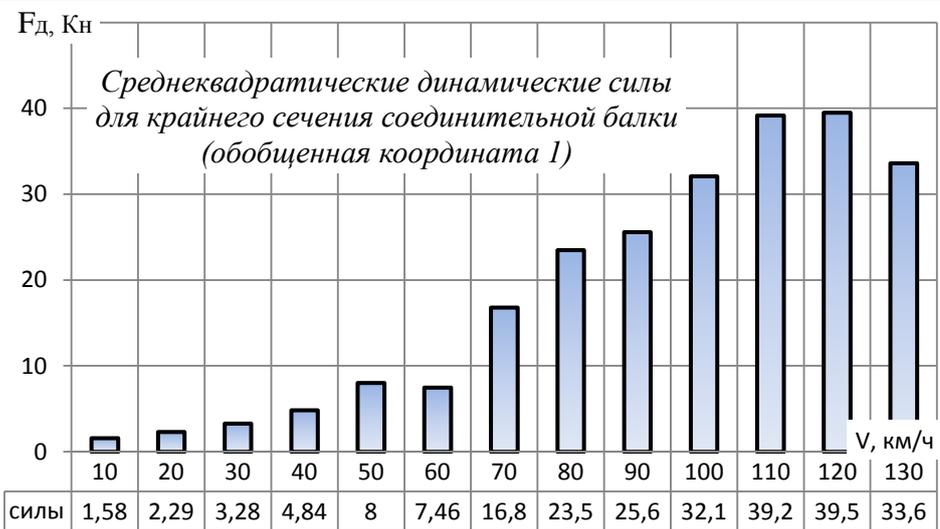
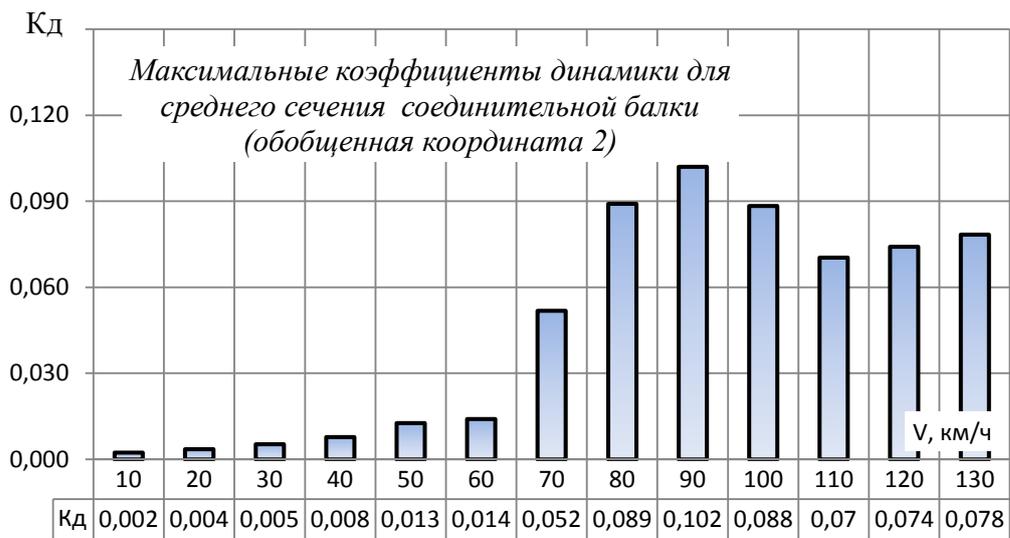


Таблица Б.4. Динамические параметры узлов подсистемы нижних ярусов

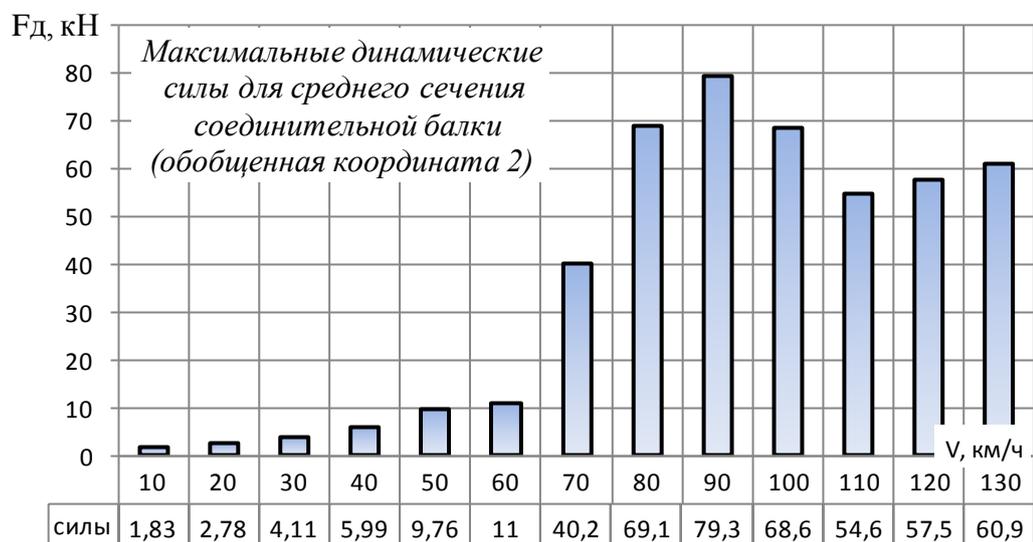
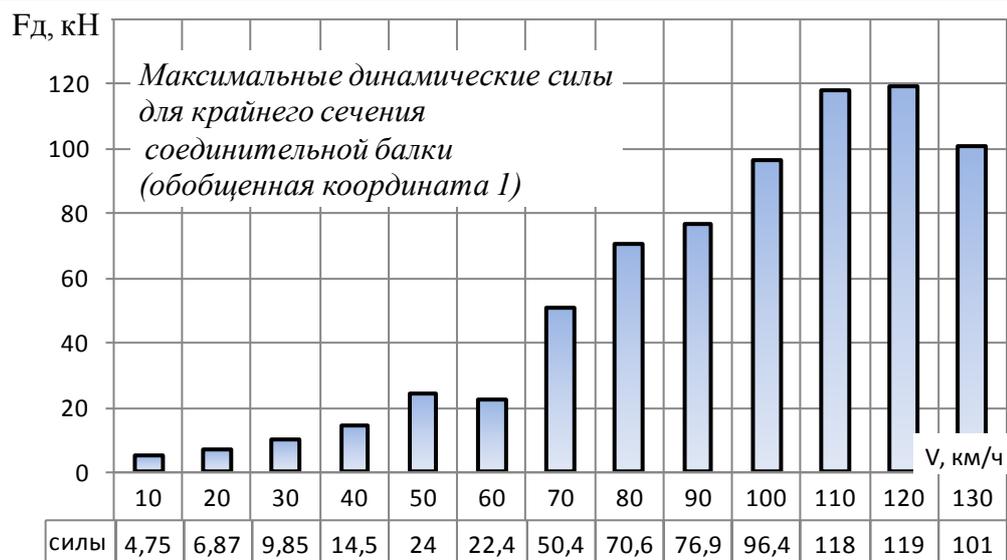


**Соединительная балка**





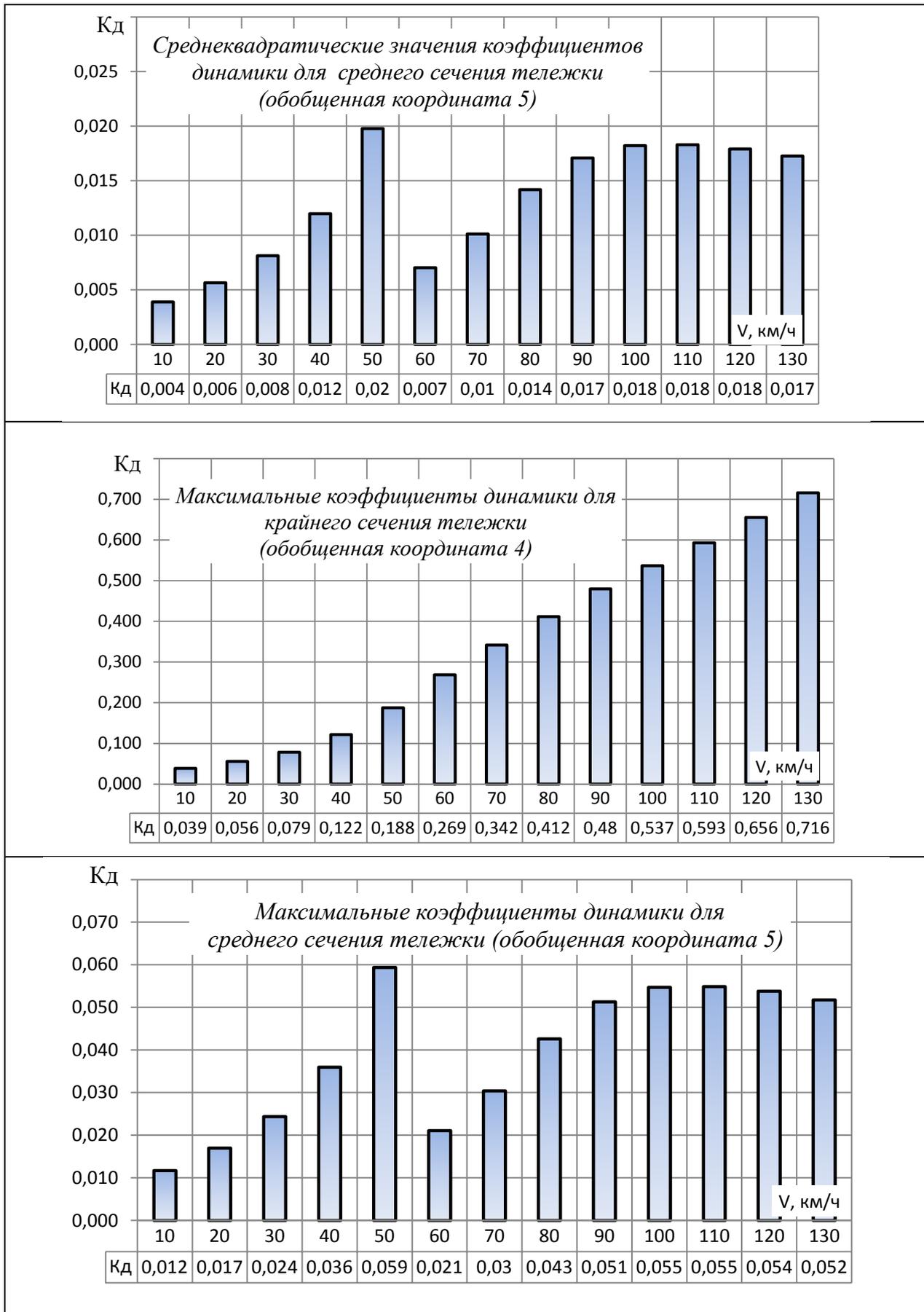
Продолжение таблицы Б.4



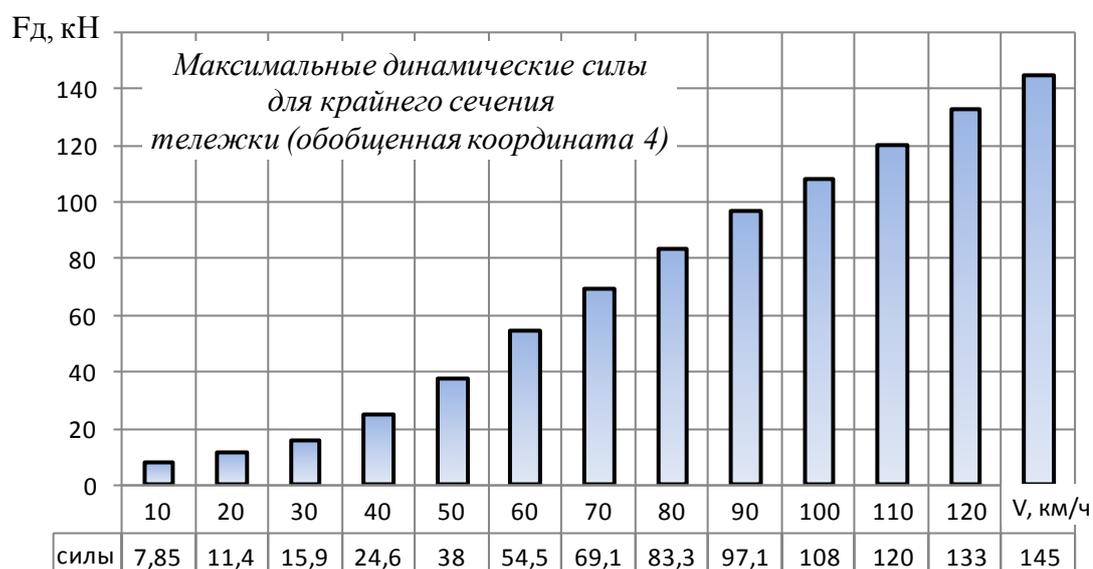
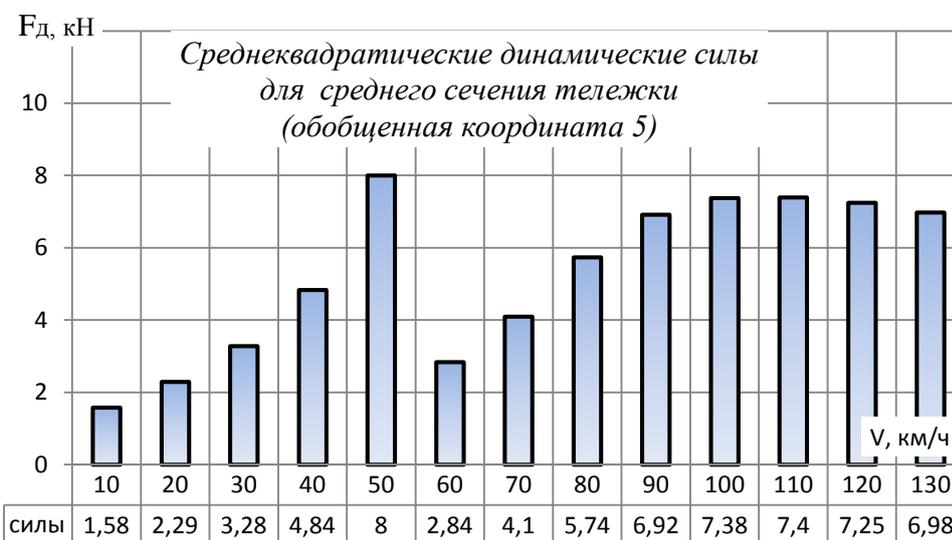
**Тележка**



Продолжение таблицы Б.4



Продолжение таблицы Б.4

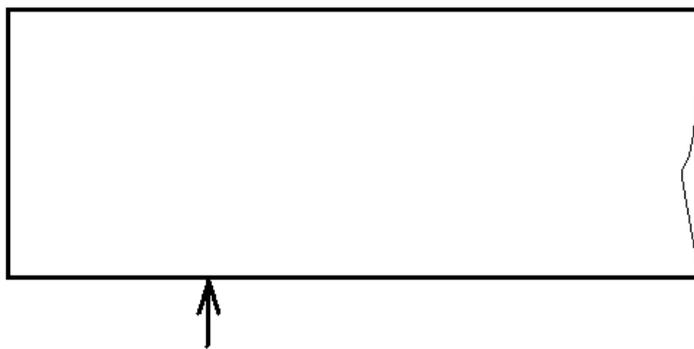


Конец таблицы Б.4

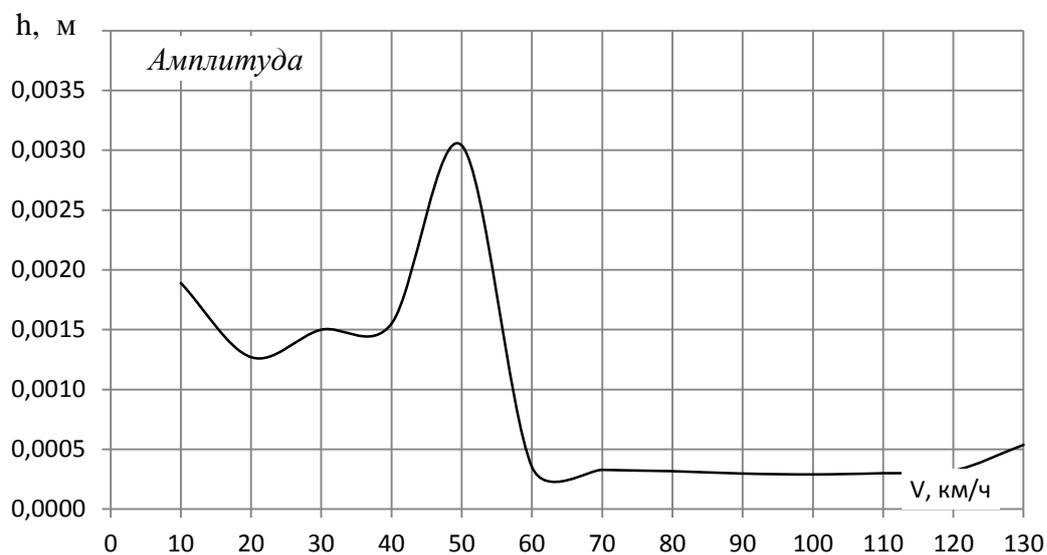


**ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ ВАГОНА ЦИСТЕРНЫ МОДЕЛИ 15-1547 ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ  
СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СО СТОРОНЫ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА  
КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ**

Таблица В.1 Кинематические параметры опорного узла четырехосной цистерны



*Амплитуды перемещений*



*Скорости перемещений*



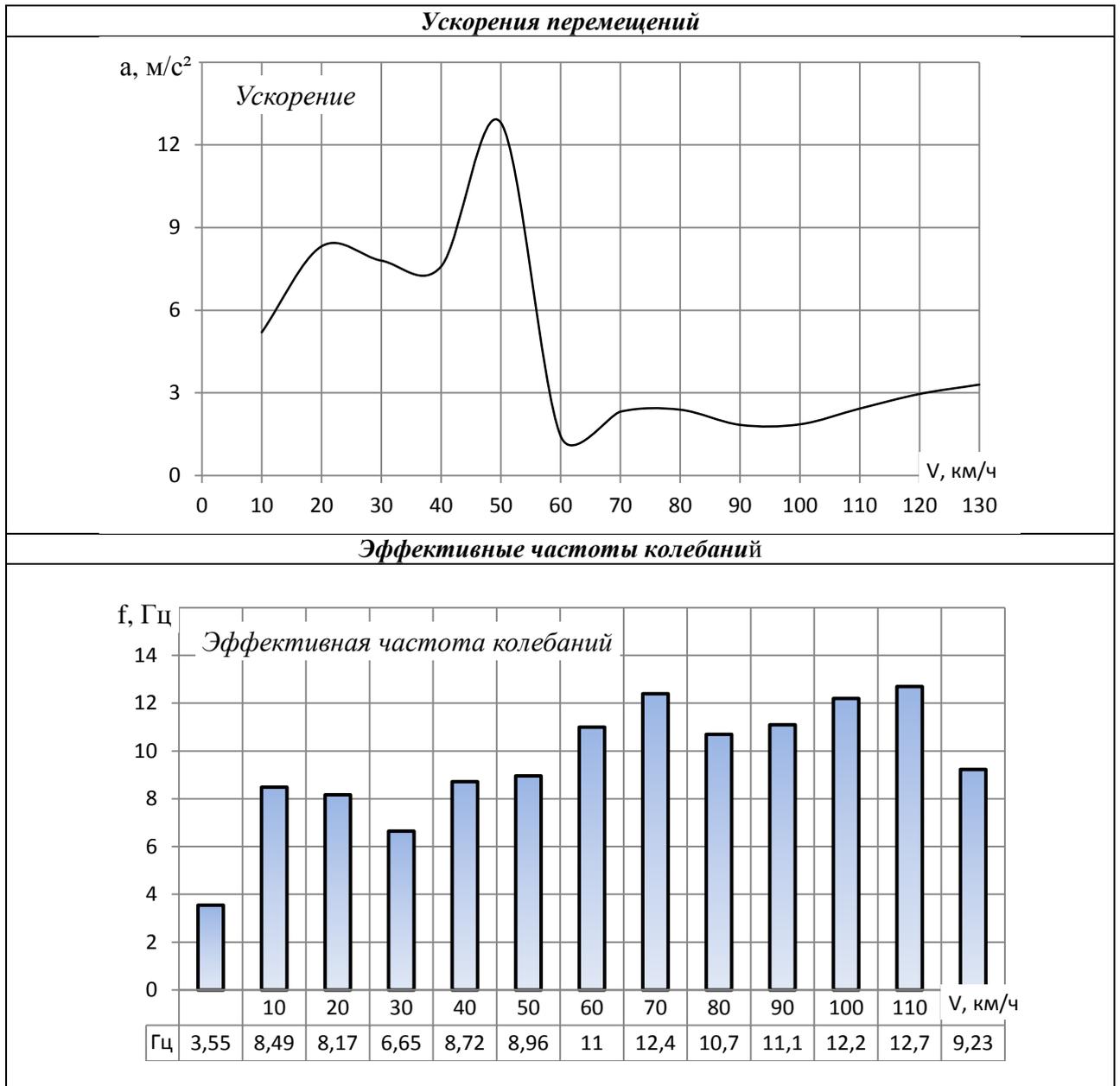
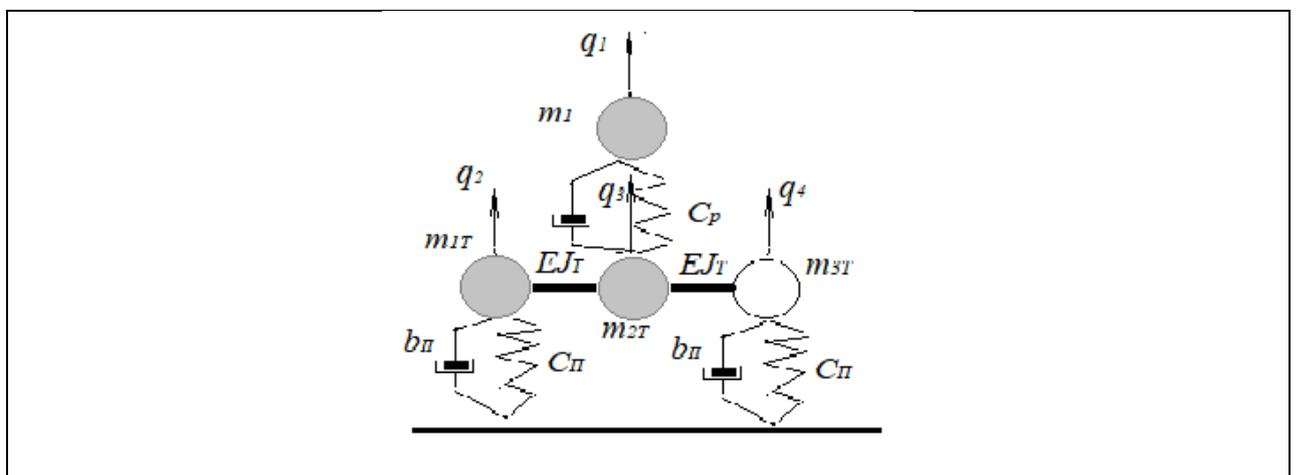
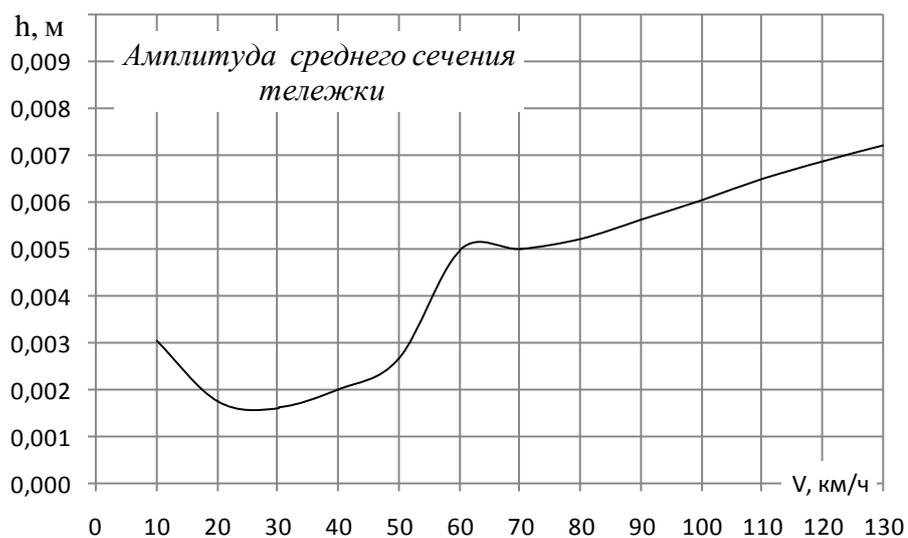
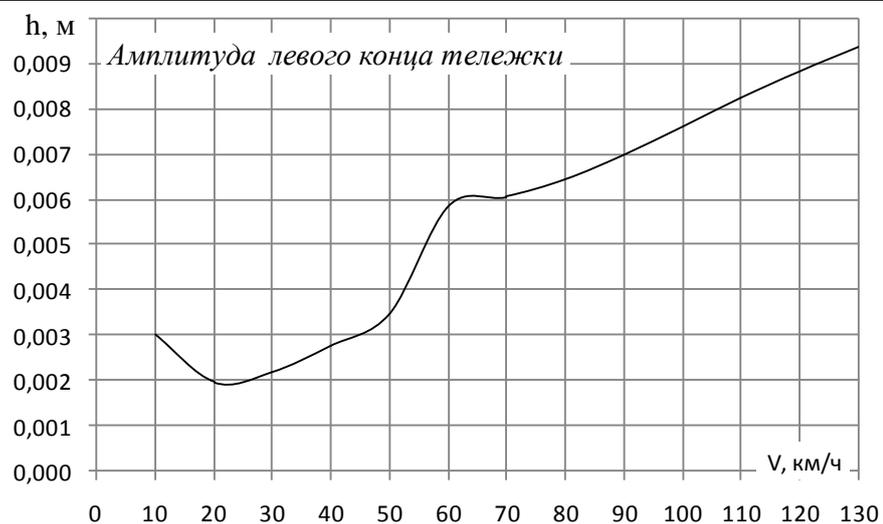
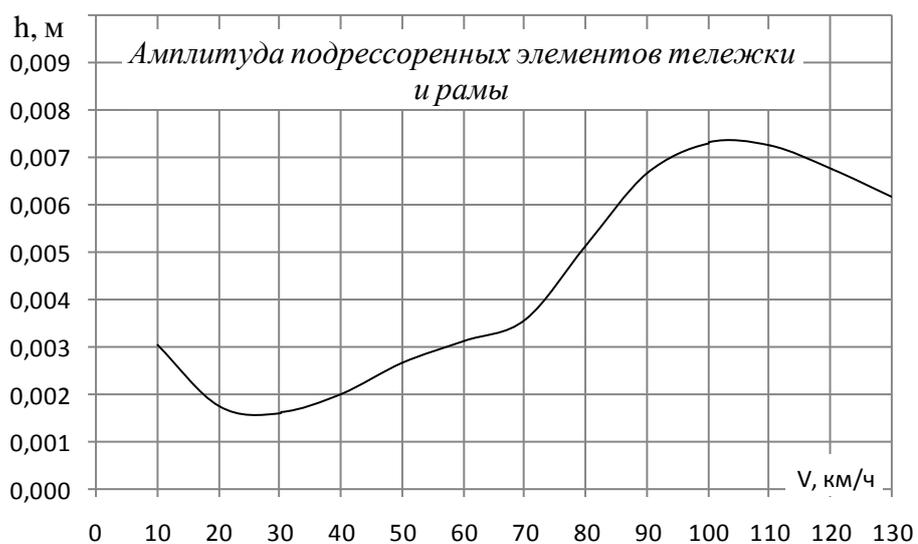


Таблица В.2 Кинематические параметры подсистемы нижних ярусов.

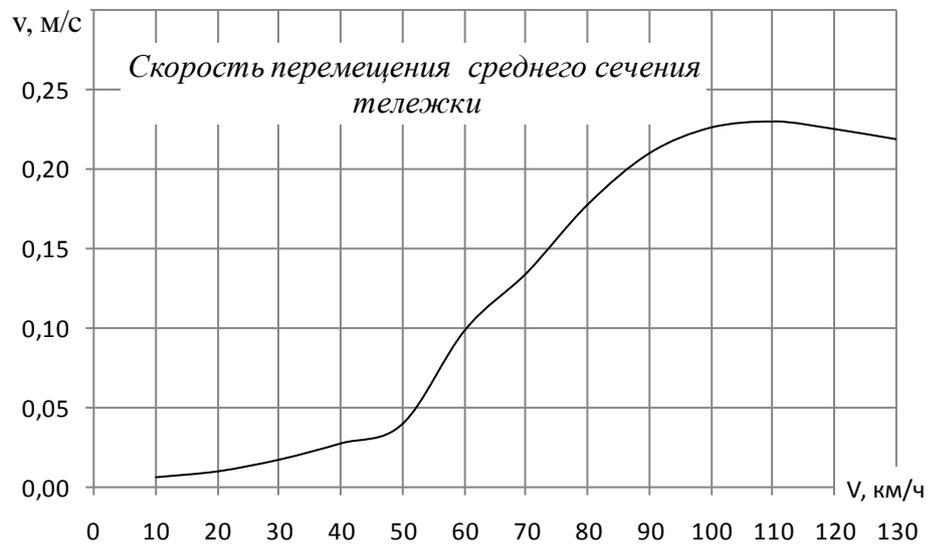
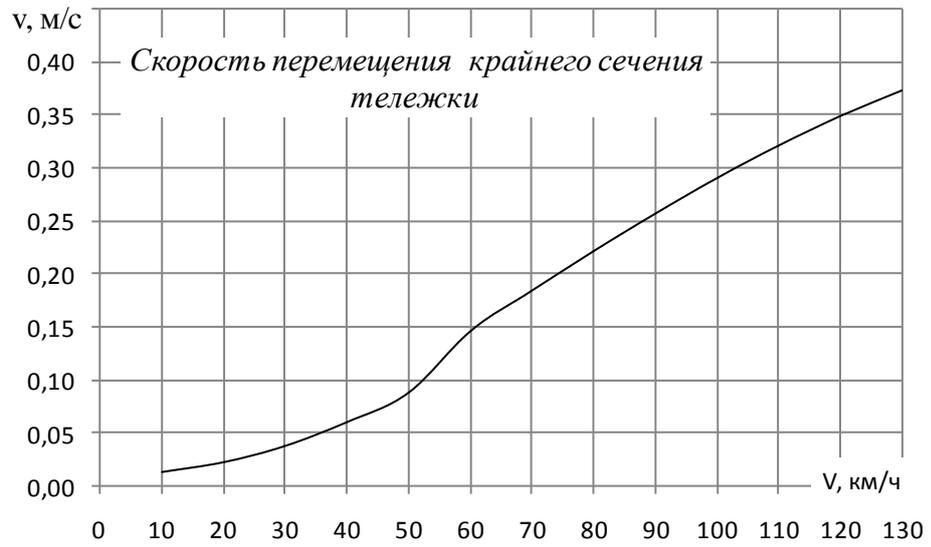
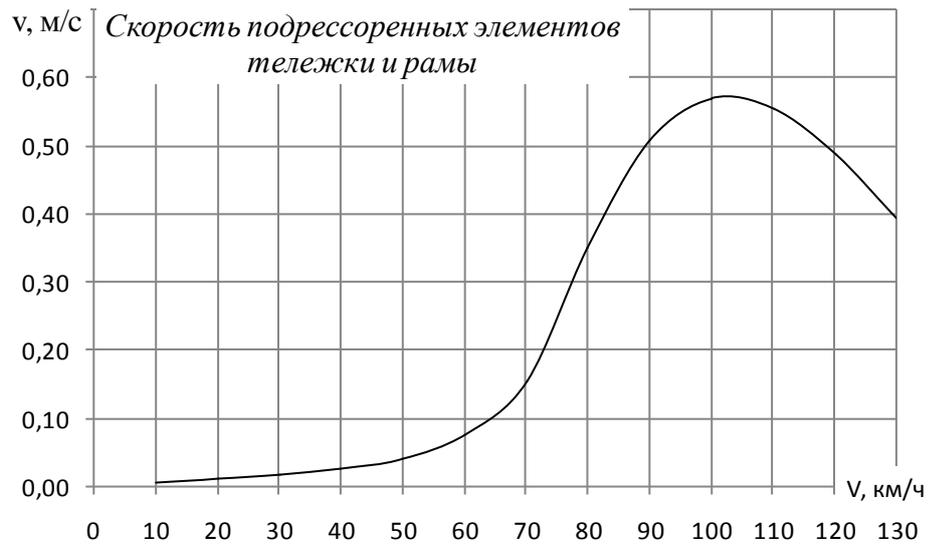


**Амплитуды перемещений**

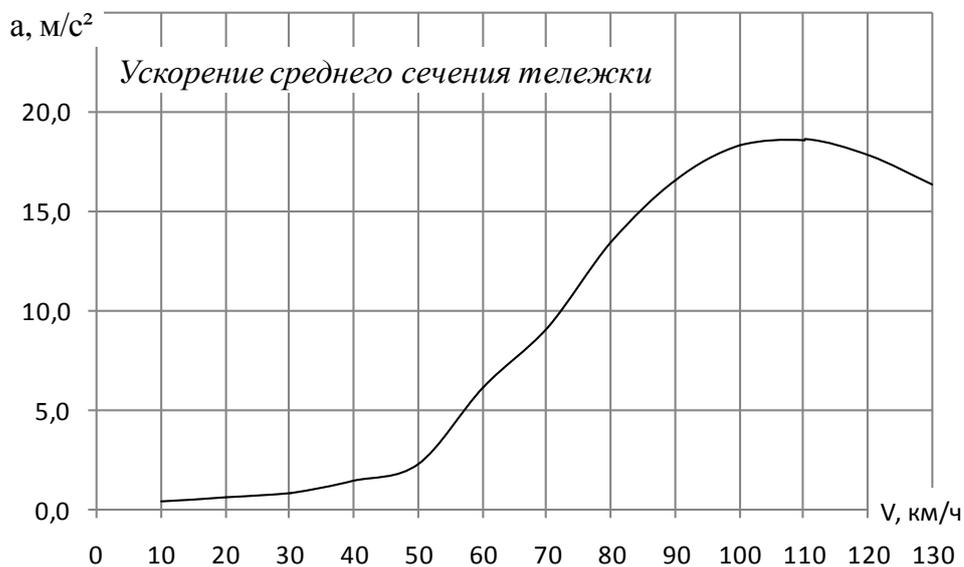
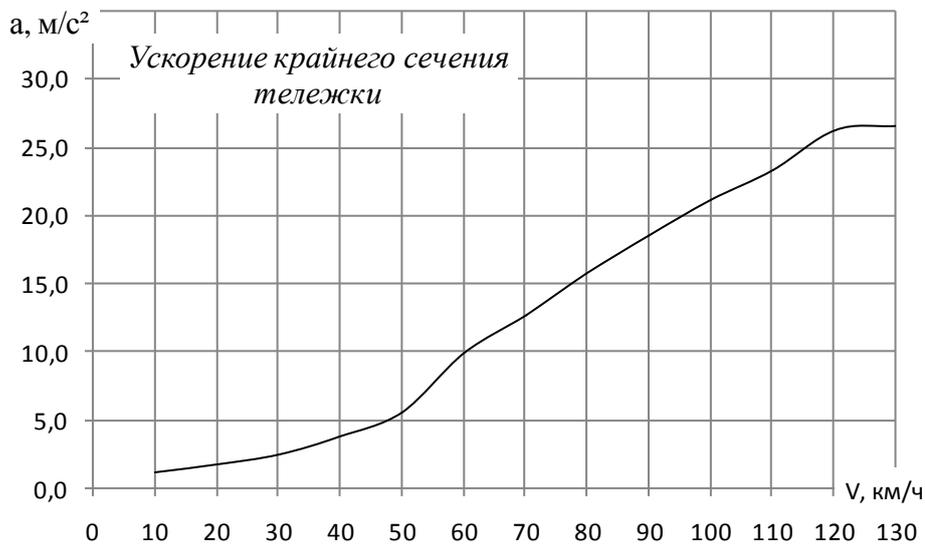
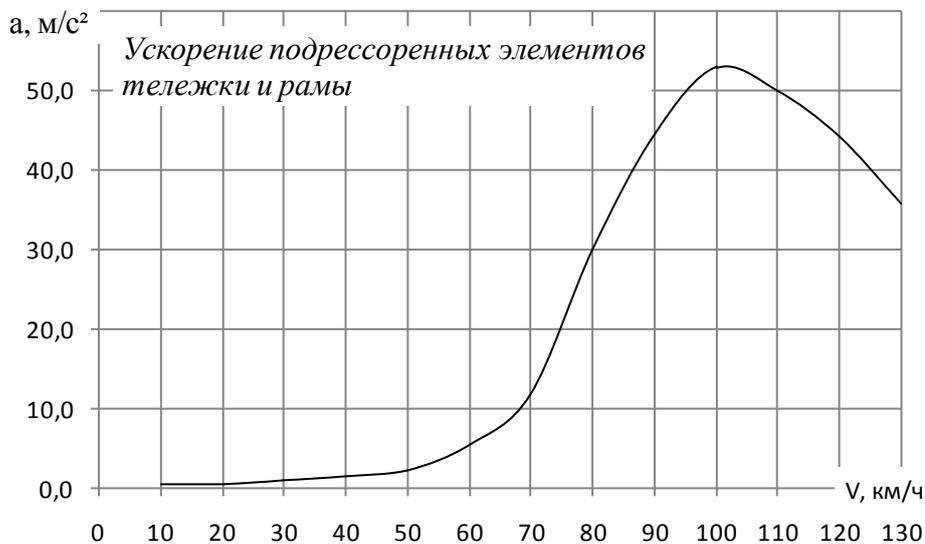


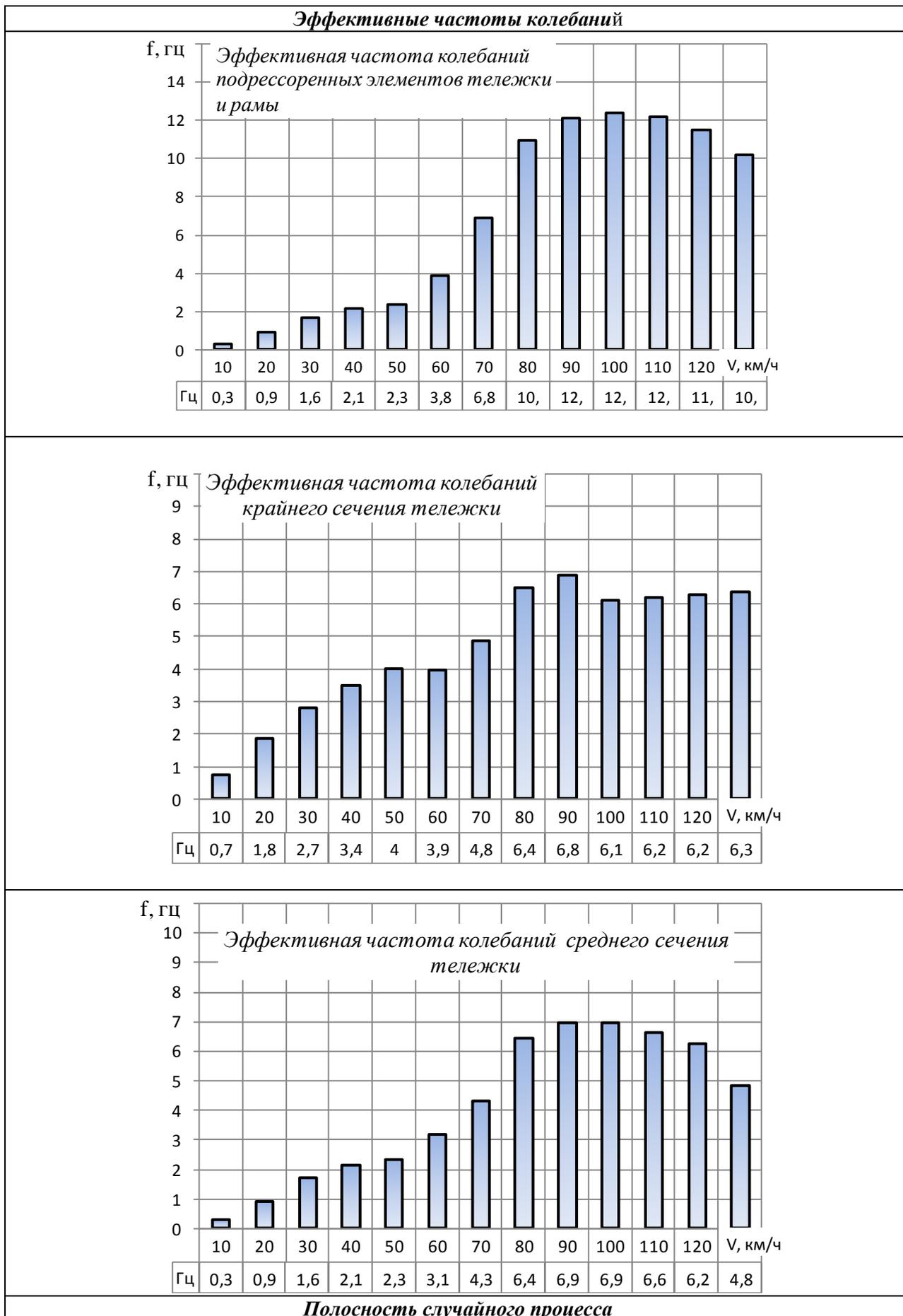
**Скорости перемещений**

Продолжение таблицы В.2



**Ускорения перемещений**





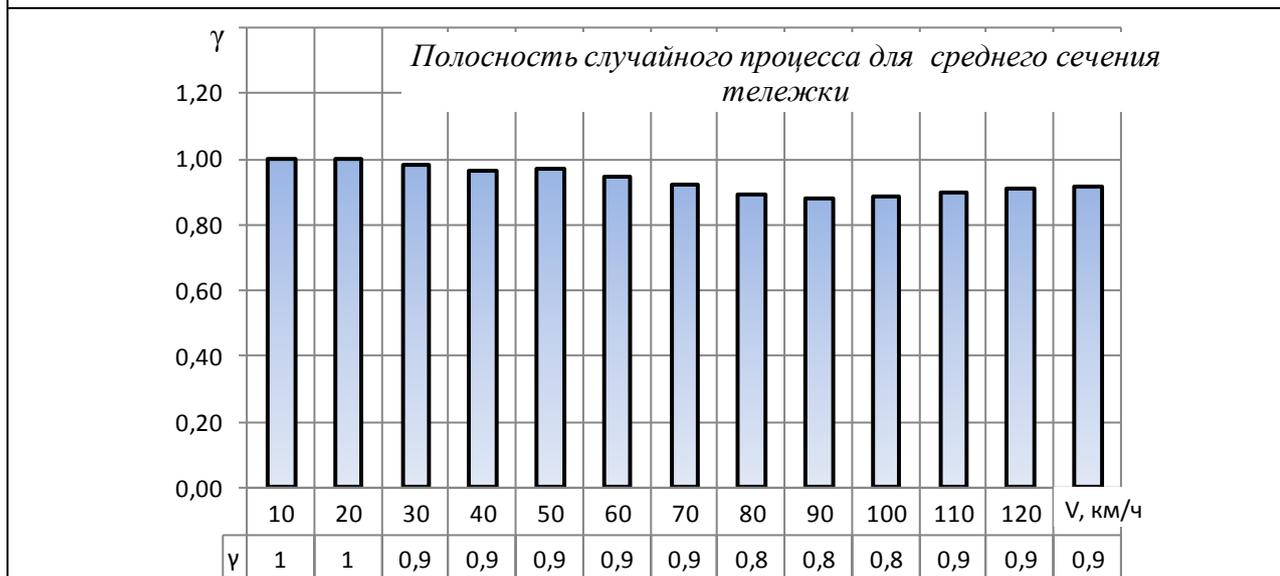
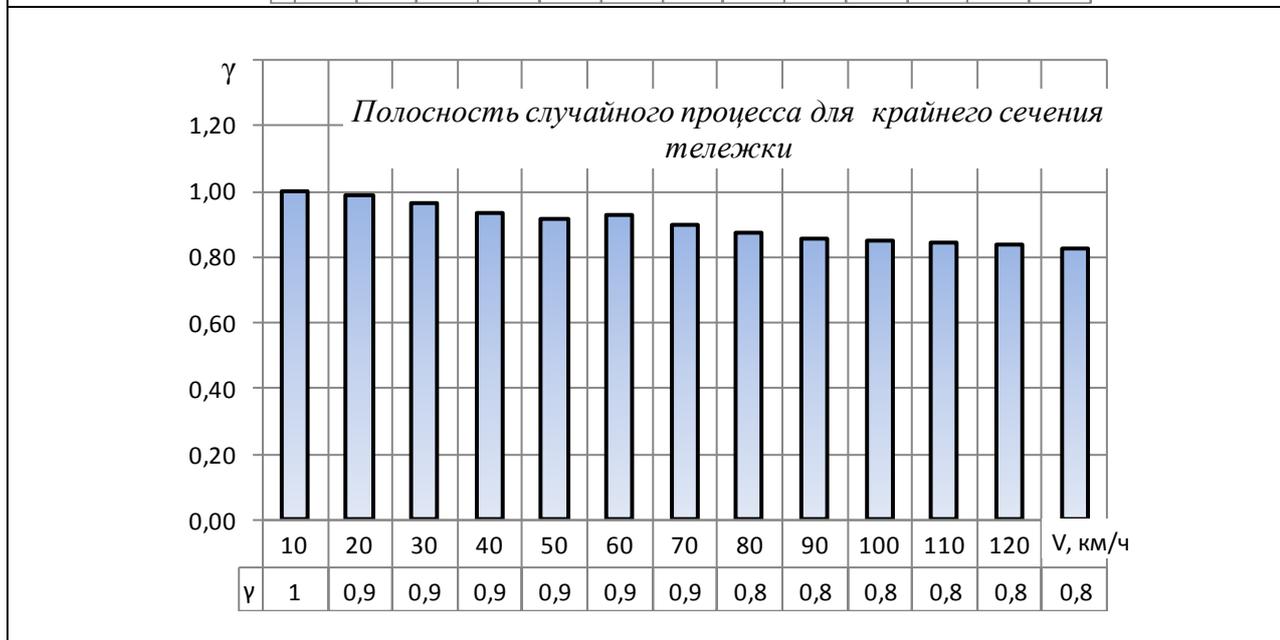
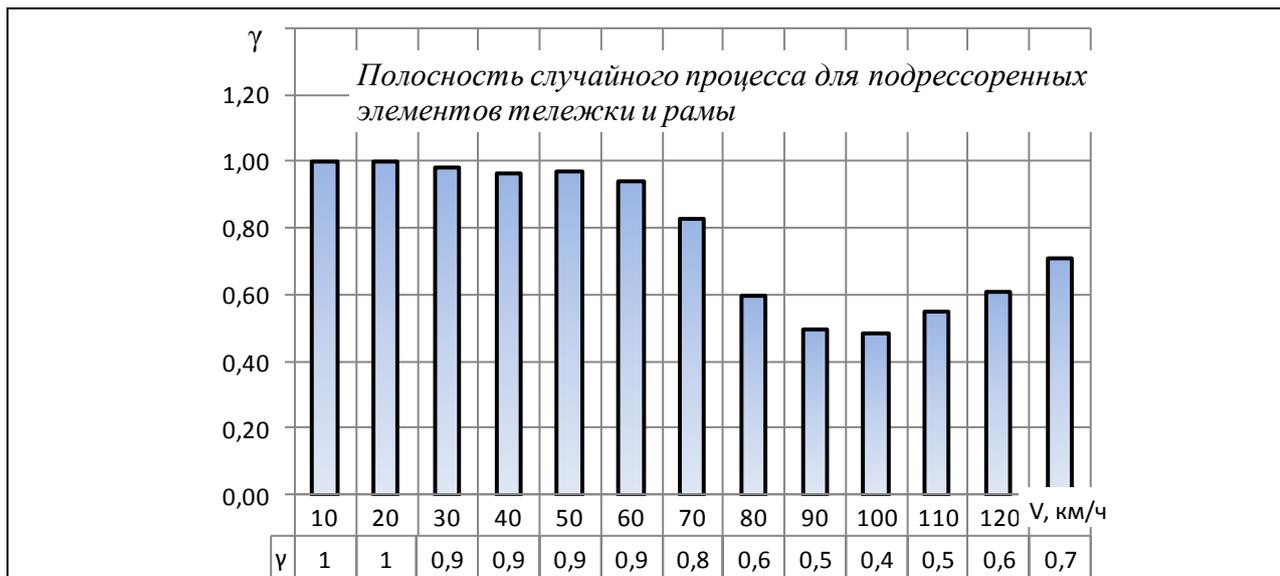
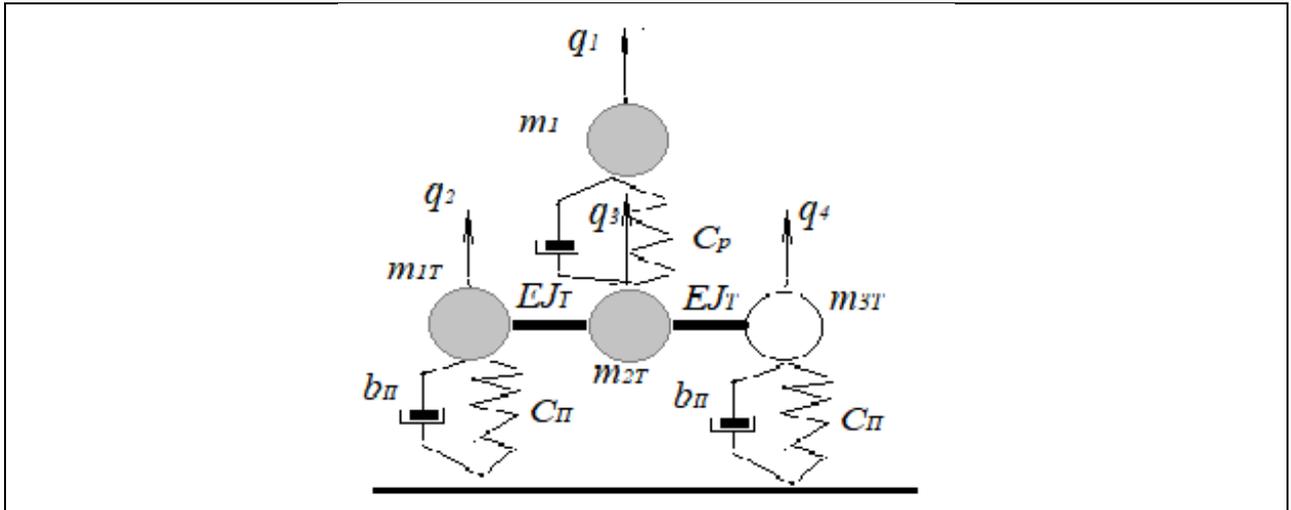
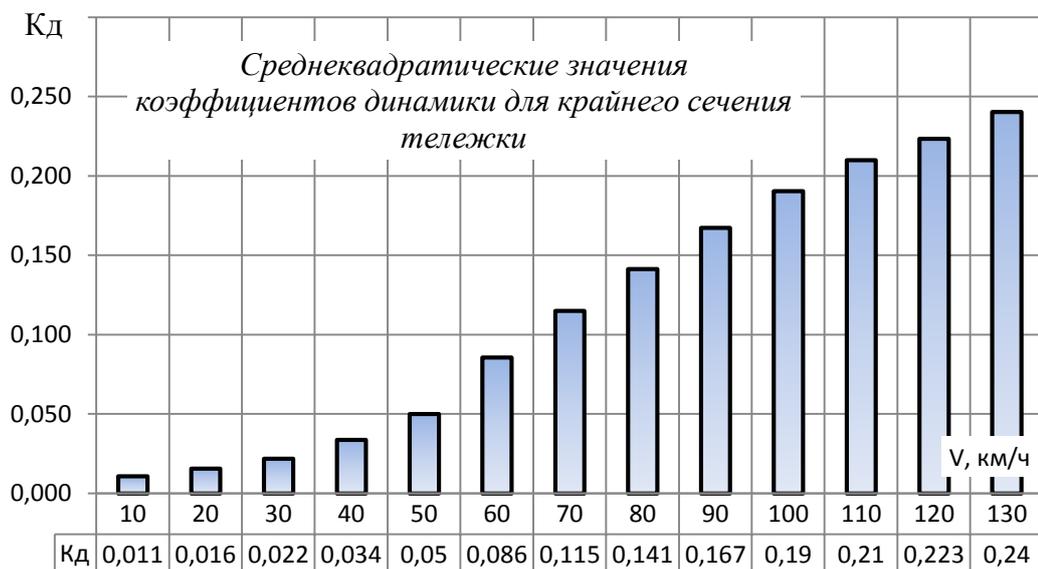
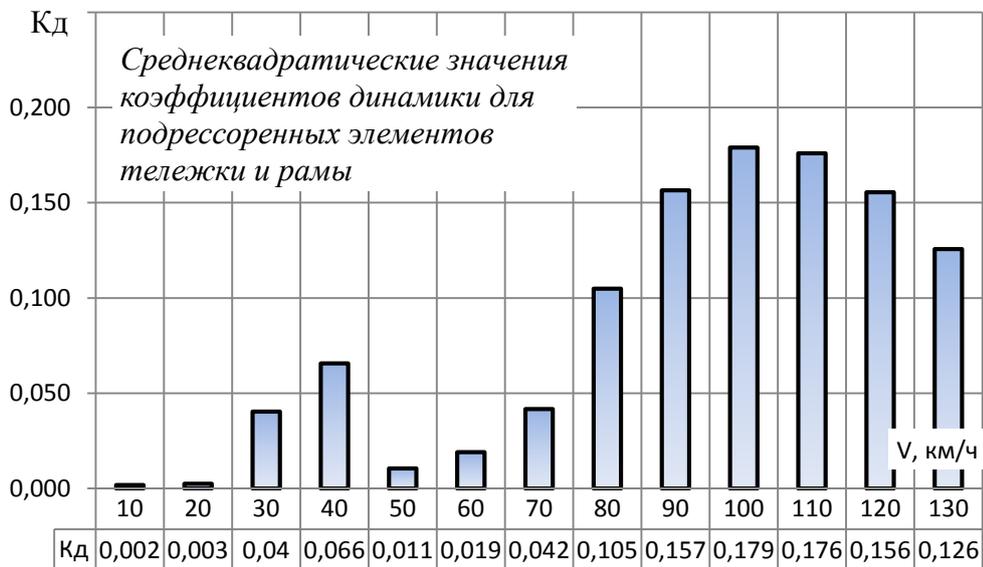
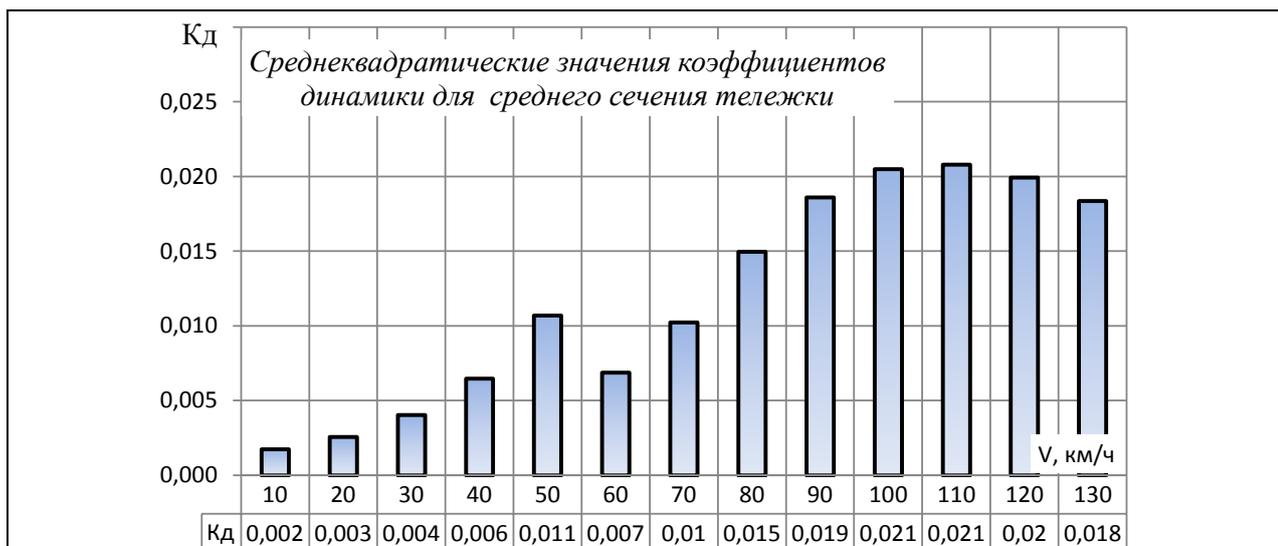


Таблица В.3. Динамические параметры подсистемы нижнего яруса



**Коэффициенты динамики**



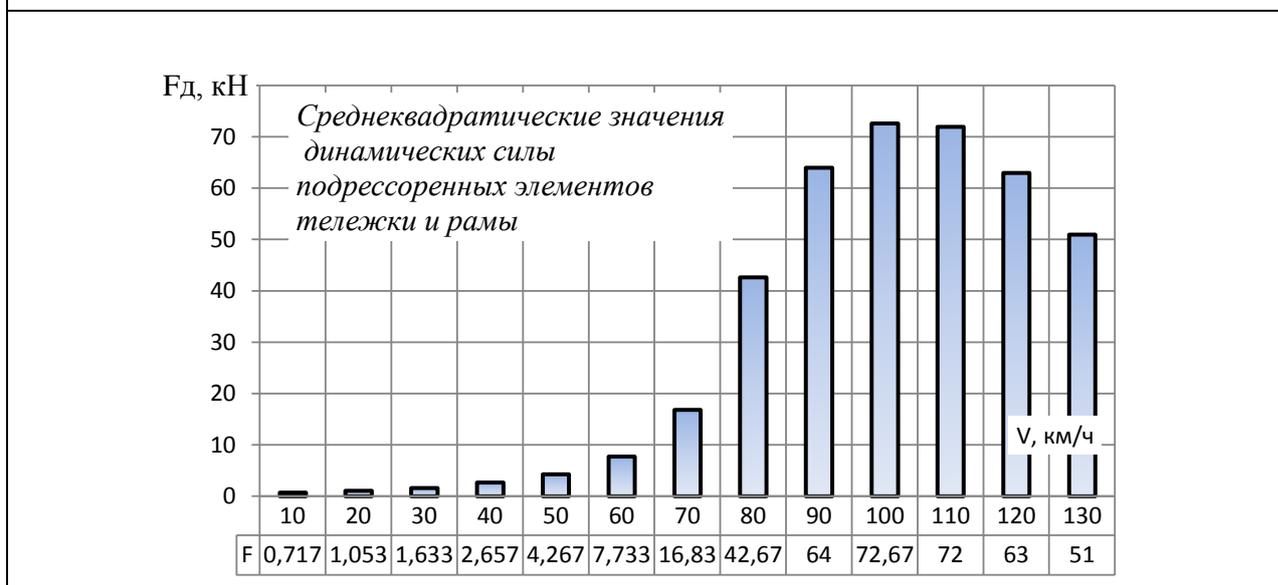


**Максимальные коэффициенты динамики**



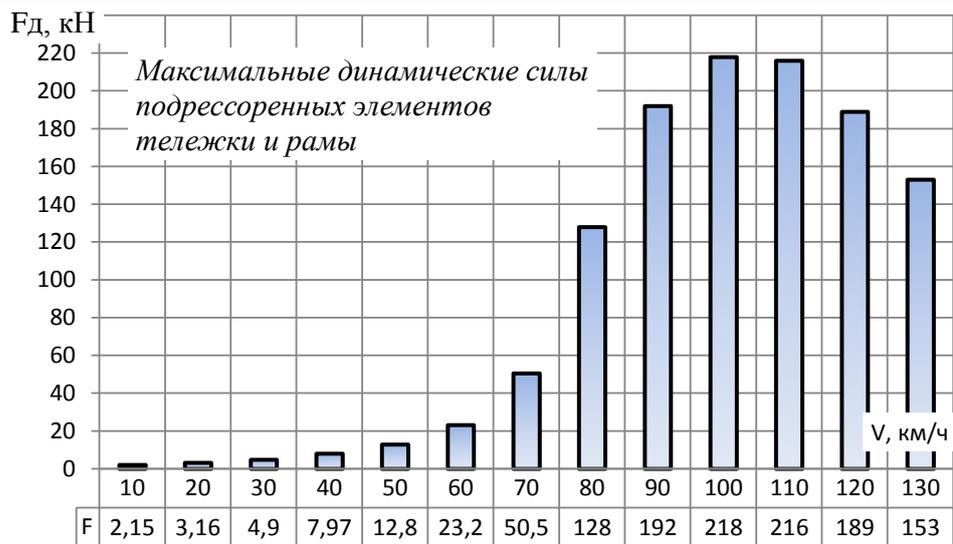


*Динамические силы*





**Максимальные динамические силы**



Конец таблицы В.3



Государственное предприятие «Украинский научно-исследовательский  
институт вагоностроения»  
(ГП «УкрНИИВ»)

Ю.Я. Водяников  
С.Д. Речкалов  
В.С. Речкалов  
М.И. Соляник  
В.В. Ильчишин

# ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРН НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ НА КОЛЕСНЫЕ ПАРЫ

*Рекомендовано к печати научно-техническим советом  
Украинского научно-исследовательского института вагоностроения  
(протокол № 3 от 26.04.2018 г.)*

*Формат бумаги 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>, Тираж 100 экз.*

*Издательство ГП «УкрНИИВ»  
Адрес редакции издательства:  
ул.И. Приходько, 33, г. Кременчуг, Полтавской обл., 39621  
[www.ukrndiv.com.ua](http://www.ukrndiv.com.ua)*

*Свидетельство о внесении в Государственный реестр издателей,  
изготовителей и распространителей издательской продукции  
№ 5515 от 10.08.2017*

*ГП «УкрНИИВ» 2017, -104  
ISBN 978-966-97716-2-9*